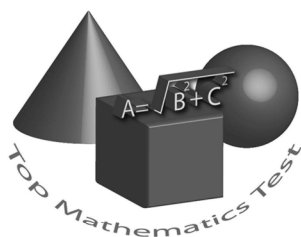


ม.3



โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาคเรียนที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2568

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์

ครั้งที่ 47

สอบวันเสาร์ที่ 24 มกราคม 2569 เวลา 08.00 – 10.00 น.

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 3

เลขประจำตัวสอบ ชื่อ – สกุล ห้องเรียน เลขที่

การระบายที่ถูกต้อง

9	0	1	0	4	2
0	●	0	●	0	0
1	1	●	1	1	1
2	2	2	2	2	●
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	●	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
●	9	9	9	9	9

การระบายที่ไม่ถูกต้อง

9	0	1	0	4	2
0	●	0	●	0	0
1	1	●	1	1	1
2	2	2	2	2	●
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	●	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
●	9	9	9	9	9

⚠ คำเตือน

ผู้ที่ระบายรหัสประจำตัวผู้เข้าสอบไม่ถูกต้อง
ระบบจะไม่ตรวจกระดาษคำตอบของท่าน

คำชี้แจงในการทำข้อสอบ

- ข้อสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 10 หน้า
มีจำนวนข้อทั้งหมด 50 ข้อ คะแนนเต็ม 150 คะแนน
แบ่งตามเนื้อหาสาระ ดังนี้
- ข้อที่ 1 – 20 : พื้นฐานและความเข้าใจ 40 คะแนน
- ข้อที่ 21 – 40 : การวิเคราะห์/การประยุกต์ใช้ 60 คะแนน
- ข้อที่ 41 – 50 : การสังเคราะห์/ประเมินค่า 50 คะแนน
- ในแต่ละข้อให้เลือกรายคำตอบที่คิดว่าถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว
ลงในกระดาษคำตอบด้วยดินสอดำ (2B ขึ้นไป)
- หากพบว่าข้อใดไม่มีคำตอบที่ถูกต้องให้ระบายตัวเลือกที่ 5
- หากพบว่ามีเหตุทุจริตในการสอบจะตัดสิทธิ์ออกจากการสอบทันที



บริษัท ท็อป เทสต์ เซ็นเตอร์ จำกัด

www.toptestcenter.com

175 หมู่ 8 ถ.รามคำแหง 2 แขวงดอกไม้ เขตประเวศ กทม. 10250 โทรศัพท์ 0-2739-9130 โทรสาร 0-2720-9744

โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ สังคมศึกษา

คณิตศาสตร์ 1 วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ 2

1. ระบบสมการ $\frac{1}{3}x = \frac{1}{5}y + 1$ และ $\frac{5}{6}x + y = 10$

มีคำตอบตรงกับข้อใด

- 1) (6, 5) 2) (-6, 5)
3) (-6, -5) 4) (6, -5)

2. ระบบสมการ $2(x+3) - 3(y-4) = 22$

$$\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = \frac{2}{3}$$

มีคำตอบตรงกับข้อใด

- 1) (5, 4)
2) (-3, 2)
3) (-3, 3)

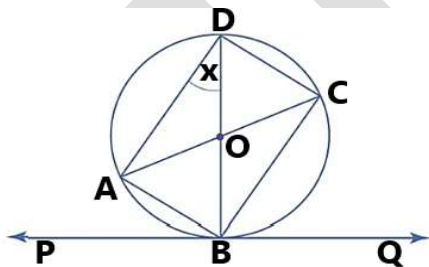
4) มีคำตอบมากมายไม่จำกัดในรูป $\left(x, \frac{2x-4}{3}\right)$

3. ระบบสมการ $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{y+4} = 0$
 $\frac{2}{3}(x+y) = 1$

มีคำตอบตรงกับข้อใด

- 1) (-4, 3)
2) (-2, -5)
3) ระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ
4) มีคำตอบมากมายไม่จำกัดในรูป $(x, -5-x)$

4. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ $\overline{PQ}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด B



พิจารณาข้อความต่อไปนี้

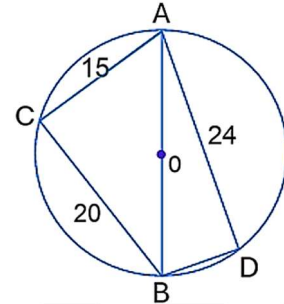
- ก. $x = \frac{\widehat{BOC}}{2}$ ข. $x + \widehat{OBC} + \widehat{AOD} = 180^\circ$
ค. $x = \widehat{PBA}$ ง. $x + \widehat{ACB} + \widehat{AOB} = 180^\circ$

ข้อใดถูกต้อง

- 1) ข้อ ก, ข ถูก 2) ข้อ ข, ค ถูก
3) ข้อ ค, ง ถูก 4) ข้อ ก, ง ถูก

5. $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O

ถ้า $\overline{AC}$ ยาว 15 เซนติเมตร $\overline{BC}$ ยาว 20 เซนติเมตร และ $\overline{AD}$ ยาว 24 เซนติเมตร ดังรูป จงหาความยาวของรัศมีของวงกลม O และความยาวของ $\overline{BD}$

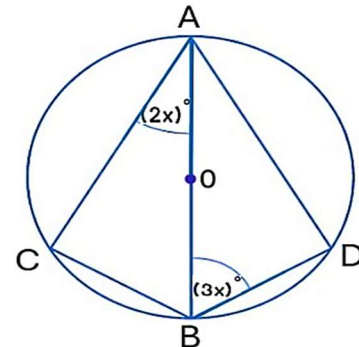


- 1) รัศมีของวงกลม O ยาว 12.5 เซนติเมตร
 $\overline{BD}$ ยาว 7 เซนติเมตร
2) รัศมีของวงกลม O ยาว 10.5 เซนติเมตร
 $\overline{BD}$ ยาว 5 เซนติเมตร
3) รัศมีของวงกลม O ยาว 12.5 เซนติเมตร
 $\overline{BD}$ ยาว 8 เซนติเมตร
4) รัศมีของวงกลม O ยาว 10.5 เซนติเมตร
 $\overline{BD}$ ยาว 7 เซนติเมตร

6. $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O

$\widehat{BC}$ และ $\widehat{BD}$ มีความยาวเท่ากัน

ถ้า $\widehat{ABD} = (3x)^\circ$ และ $\widehat{BAC} = (2x)^\circ$ แล้ว x เท่ากับเท่าไร

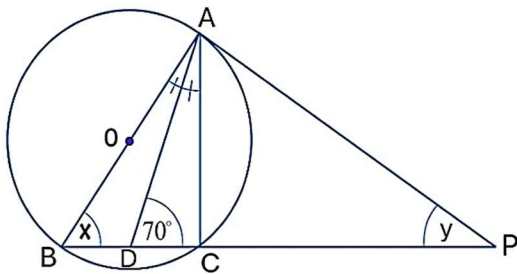


- 1) 15 2) 16
3) 18 4) 21

7. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

$\overline{PA}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด A,

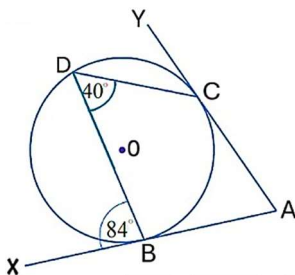
$\overline{AD}$ แบ่งครึ่ง $\widehat{BAC}$ และ $\widehat{ADC} = 70^\circ$



จงหา x และ y

- 1) $x = 30^\circ, y = 40^\circ$
- 2) $x = 50^\circ, y = 40^\circ$
- 3) $x = 40^\circ, y = 30^\circ$
- 4) $x = 30^\circ, y = 50^\circ$

8. จากรูป $\overline{AX}$ และ $\overline{AY}$ สัมผัสวงกลมที่จุด B และจุด C ตามลำดับ $\widehat{BDC} = 40^\circ$ ดังนั้น $\widehat{XAY}$ และ $\widehat{DCY}$ มีขนาดเท่าใด



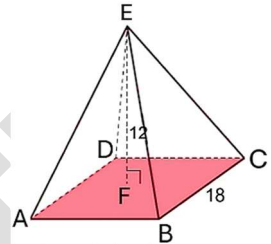
- 1) $\widehat{XAY} = 100^\circ, \widehat{DCY} = 56^\circ$
- 2) $\widehat{XAY} = 100^\circ, \widehat{DCY} = 48^\circ$
- 3) $\widehat{XAY} = 94^\circ, \widehat{DCY} = 56^\circ$
- 4) $\widehat{XAY} = 94^\circ, \widehat{DCY} = 48^\circ$

9. พีระมิดปรกติฐานสี่เหลี่ยมมีผิวข้างเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า และฐานยาวด้านละ 20 เซนติเมตร พีระมิดนี้มีพื้นที่ผิวเท่าใด

- 1) $144(1 + \sqrt{3})$ ตารางเซนติเมตร
- 2) $144(2 + \sqrt{3})$ ตารางเซนติเมตร
- 3) $400(1 + \sqrt{3})$ ตารางเซนติเมตร
- 4) $400(2 + \sqrt{3})$ ตารางเซนติเมตร

10. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งสูง 12 เซนติเมตร มีพื้นที่ผิว 788 ตารางเซนติเมตร โดยหน้าหนึ่งของพีระมิดเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีฐานยาว 18 เซนติเมตร และมีพื้นที่ 130 ตารางเซนติเมตร ดังรูป พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดเท่ากับเท่าไร

- 1) 250 ตารางเซนติเมตร
- 2) 300 ตารางเซนติเมตร
- 3) 450 ตารางเซนติเมตร
- 4) 500 ตารางเซนติเมตร



11. กล่องกระดาษทรงลูกบาศก์ที่มีขนาดภายในแต่ละด้านกว้าง 42 เซนติเมตร บรรจุลูกบอลทรงกลมลูกหนึ่งได้พอดี อยากทราบว่าปริมาตรของอากาศภายในกล่องที่อยู่ล้อมรอบลูกบอลนั้นมีประมาณกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

- 1) 35,280 ลูกบาศก์เซนติเมตร
- 2) 38,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร
- 3) 45,280 ลูกบาศก์เซนติเมตร
- 4) 45,900 ลูกบาศก์เซนติเมตร

12. กำหนดภาชนะ 3 แบบ ดังนี้

- ภาชนะ A เป็นทรงกลมที่มีรัศมียาว r หน่วย
- ภาชนะ B เป็นกรวยที่ฐานมีความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ $2r$ หน่วย และสูง $2r$ หน่วย
- ภาชนะ C เป็นทรงกระบอกที่มีรัศมีของฐานยาว r หน่วย และสูง $2r$ หน่วย

พิจารณาข้อความในแต่ละข้อต่อไปนี้

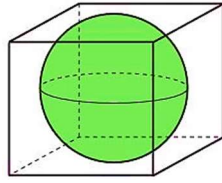
- ก. ภาชนะ C มีปริมาตรเป็นสามเท่าของภาชนะ B
- ข. ภาชนะ A มีพื้นที่ผิวมากกว่าภาชนะ C
- ค. พื้นที่ผิวของภาชนะ B เท่ากับ $(\sqrt{5} + 1)\pi r^2$ ตารางหน่วย

ข้อใดถูกต้อง

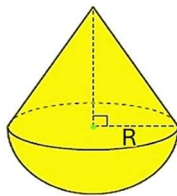
- 1) ข้อ ก และ ข
- 2) ข้อ ข และ ค
- 3) ข้อ ก และ ค
- 4) ข้อ ก, ข และ ค

13. ลูกโบว์ลิ่งทรงกลมลูกหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 24 เซนติเมตร บรรจุอยู่ในกล่องทรงลูกบาศก์ ซึ่งผิวข้างกล่องทุกด้านสัมผัสกับผิวของลูกโบว์ลิ่ง ปริมาตรของกล่องที่เหลือหลังจากใส่ลูกโบว์ลิ่งแล้ว ประมาณกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

- 1) 6,532 ลูกบาศก์เซนติเมตร
- 2) 6,583 ลูกบาศก์เซนติเมตร
- 3) 6,625 ลูกบาศก์เซนติเมตร
- 4) 6,673 ลูกบาศก์เซนติเมตร



14. โลหะทรงกลมตันใบหนึ่ง รัศมี R หน่วย ถ้าผ่าครึ่งทรงกลม แล้วนำครึ่งทรงกลมที่ผ่าได้ชิ้นหนึ่งมาหลอมเป็นกรวยบนหน้าตัดของครึ่งทรงกลมที่เหลือ โดยให้รัศมีของกรวยเท่ากับรัศมีของทรงกลม ดังรูป กรวยกลมที่ได้จะมีความสูงเท่ากับข้อใด



- 1) 1.75R
- 2) 2.0R
- 3) 2.25R
- 4) 2.5R

15. โหลแก้วใบหนึ่งใส่ลูกอม 3 เม็ด ประกอบด้วยลูกอมรสส้ม 2 เม็ด และลูกอมรสกาแฟ 1 เม็ด หากนักเรียนสุ่มหยิบลูกอมในโหลแก้วนี้ ครั้งละ 1 เม็ด 2 ครั้ง ข้อใดไม่ถูกต้อง

- 1) ในการหยิบลูกอมครั้งแรก มีโอกาสได้ลูกอมรสส้มมากที่สุด
- 2) ถ้าสุ่มหยิบลูกอมครั้งแรกได้ลูกอมรสกาแฟ ในครั้งที่สองจะสุ่มหยิบได้ลูกอมรสส้ม
- 3) ถ้าสุ่มหยิบลูกอมครั้งแรกได้ลูกอมรสส้ม ในครั้งที่สองจะได้ลูกอมรสกาแฟเท่านั้น
- 4) ถ้าสุ่มหยิบลูกอมครั้งแรกได้ลูกอมรสส้ม ในครั้งที่สองจะได้ลูกอมรสส้มหรือรสกาแฟ

16. ข้อความต่อไปนี้ ข้อใดไม่ถูกต้อง

- 1) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใดๆ จะเป็นจำนวนที่มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1
- 2) ทดลองโยนเหรียญ 1 เหรียญ 3 ครั้ง ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะออกหัวอย่างน้อย 1 ครั้ง เท่ากับ $\frac{5}{8}$
- 3) ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ความน่าจะเป็นที่จะได้แต้มคู่ เท่ากับ $\frac{1}{2}$
- 4) การทดลองสุ่ม คือ การทดลองที่ทราบว่า จะเกิดผลลัพธ์อะไรบ้าง แต่ไม่สามารถบอกได้แน่นอนว่าในการทดลองแต่ละครั้งจะเกิดผลอะไรขึ้น

17. ในการโยนเหรียญ 2 เหรียญ และลูกเต๋า 1 ลูก พร้อมกันหนึ่งครั้ง ความน่าจะเป็นที่เหรียญทั้งสองหงายหน้าเดียวกัน และลูกเต๋าชี้แต้มมากกว่า 4 เท่ากับเท่าใด

- 1) $\frac{1}{4}$
- 2) $\frac{1}{3}$
- 3) $\frac{1}{6}$
- 4) $\frac{1}{12}$

18. ในการทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ครั้งหนึ่งคะแนนเต็ม 50 คะแนน ถ้าใครสอบได้ต่ำกว่า 21 คะแนน ถือว่าสอบตก จงหาความน่าจะเป็นของนักเรียนคนหนึ่งจะสอบได้มีค่าเท่ากับเท่าไร

- 1) $\frac{10}{17}$
- 2) $\frac{7}{17}$
- 3) $\frac{1}{2}$
- 4) $\frac{3}{4}$

19. ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 4 คน จงหาความน่าจะเป็นที่จะมีบุตรเป็นผู้ชายอย่างน้อยที่สุดหนึ่งคน ตรงกับข้อใด

- 1) $\frac{1}{4}$
- 2) $\frac{1}{2}$
- 3) $\frac{3}{4}$
- 4) $\frac{15}{16}$

20. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

- 1) $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$
- 2) $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = 1$
- 3) $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ = \tan 45^\circ$
- 4) $\sin 60^\circ + \cos 30^\circ = \tan 60^\circ$

21. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. กราฟของเส้นตรง $2x + y - 6 = 0$ ตัดแกน x ที่จุด $(3, 0)$ ตัดแกน y ที่จุด $(0, 6)$
- ข. เส้นตรง $2x + y - 5 = 0$ และ $x - 2y + 6 = 0$ ตัดกันเป็นมุมฉาก
- ค. เส้นตรง $2x + 5y = 6$ และเส้นตรง $4x + 10y = 5$ เป็นเส้นตรงเดียวกัน

ข้อใดต่อไปนี้สรุปถูกต้อง

- 1) เป็นจริงทั้ง 3 ข้อ
- 2) เป็นจริงเพียง 1 ข้อ
- 3) เป็นจริงเพียง 2 ข้อ
- 4) เป็นเท็จทั้ง 3 ข้อ

22. ด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง ยาวเป็น 2 เท่าของด้านกว้าง ถ้าความยาวของด้านยาวลดลง 5 ซม. และด้านกว้างเพิ่มขึ้น 5 ซม. จะทำให้พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเพิ่มขึ้น 75 ตร.ซม. รูปสามเหลี่ยมที่มีส่วนสูงและฐานยาวเท่ากับด้านยาวของด้านกว้างและด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีพื้นที่กี่ ตร.ซม.

- 1) 100 ตร.ซม.
- 2) 225 ตร.ซม.
- 3) 400 ตร.ซม.
- 4) 625 ตร.ซม.

23. ข้าวสารกระสอบที่ 1 มีข้าวเจ้าปนข้าวเหนียวในอัตราส่วน 8 : 3 ข้าวสารกระสอบที่ 2 มีข้าวเจ้าปนข้าวเหนียวในอัตราส่วน 5 : 1 ถ้านำข้าวจากกระสอบทั้งสองไปบรรจุให้เต็มถุงขนาด 35 ลิตร โดยต้องการให้มีข้าวเจ้าปนข้าวเหนียวในอัตราส่วน 4 : 1 อยากทราบว่าต้องตักข้าวมาจากกระสอบที่ 1 กี่ลิตร

- 1) 10 ลิตร
- 2) 11 ลิตร
- 3) 24 ลิตร
- 4) 25 ลิตร

24. ร้านค้าแห่งหนึ่งซื้อพัดลมตั้งโต๊ะมา 3 เครื่อง

และหลอดไฟ LED 7 หลอด เป็นเงิน 2,000 บาท ขายพัดลมตั้งโต๊ะได้กำไร 8% และขายหลอดไฟ LED ได้กำไร 12% ได้กำไรเป็นเงินรวมกัน 174 บาท ร้านค้าซื้อพัดลมตั้งโต๊ะมาเครื่องละกี่บาท และหลอดไฟ LED หลอดละกี่บาท

- 1) พัดลมตั้งโต๊ะเครื่องละ 550 บาท
หลอดไฟ LED หลอดละ 50 บาท
- 2) พัดลมตั้งโต๊ะเครื่องละ 550 บาท
หลอดไฟ LED หลอดละ 30 บาท
- 3) พัดลมตั้งโต๊ะเครื่องละ 530 บาท
หลอดไฟ LED หลอดละ 50 บาท
- 4) พัดลมตั้งโต๊ะเครื่องละ 530 บาท
หลอดไฟ LED หลอดละ 30 บาท

25. ร้านค้าซื้อของเล่นชนิดที่ 1 มา 20 ชิ้น และชนิดที่ 2 มา 25 ชิ้น รวมกันเป็นเงิน 4,500 บาท ถ้าขายของเล่นชนิดที่ 1 ได้กำไร 15 เปอร์เซ็นต์ ขายของเล่นชนิดที่สอง ได้กำไร 20 เปอร์เซ็นต์ ทำให้ได้กำไรทั้งหมด 750 บาท จงหารักราคาซื้อของเล่นชนิดที่ 1 มาราคาขึ้นละเท่าไร

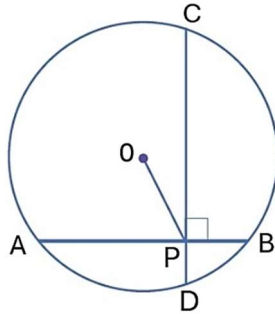
- 1) 120 บาท
- 2) 130 บาท
- 3) 140 บาท
- 4) 150 บาท

26. ถ้าต้องการแจกเงินจำนวนหนึ่งแก่เด็กทุกคน คนละ 80 สตางค์ ปรากฏว่ายังขาดเงินอยู่ 1 บาท ถ้าแจกให้ทุกคน คนละ 75 สตางค์ ปรากฏว่าก็จะเหลือเงินอยู่ 1 บาท จงหาว่ามีเด็กกี่คน และมีเงินทั้งหมดกี่บาท

- 1) มีเด็ก 30 คน มีเงิน 42 บาท
- 2) มีเด็ก 40 คน มีเงิน 31 บาท
- 3) มีเด็ก 35 คน มีเงิน 32 บาท
- 4) มีเด็ก 38 คน มีเงิน 35 บาท

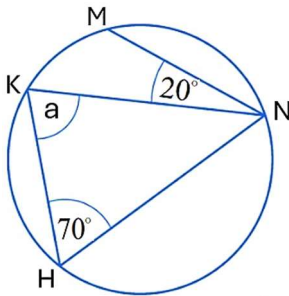
27. คอร์ด AB และคอร์ด CD ยาว 28 เซนติเมตร และ 32 เซนติเมตร ตามลำดับ ตัดกันเป็นมุมฉากที่จุด P ถ้า O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ OP ยาว 14 เซนติเมตร รัศมีของวงกลมนี้ยาวกี่เซนติเมตร

- 1) 16 เซนติเมตร
- 2) 18 เซนติเมตร
- 3) 20 เซนติเมตร
- 4) 22 เซนติเมตร



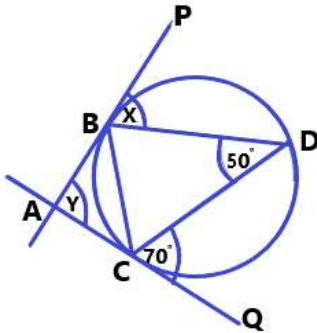
28. จากรูป ถ้า $\widehat{HNM} = 3\widehat{HK}$ แล้วจงหา $\hat{a}$ เท่ากับข้อใด

- 1) 70°
- 2) 72.5°
- 3) 74°
- 4) 75.5°



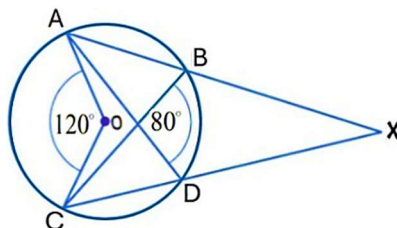
29. จากรูป $\overline{AP}$ และ $\overline{AQ}$ สัมผัสวงกลมที่ B และ C จงหาขนาดของมุม $(x + y)$ เท่ากับเท่าไร

- 1) 120°
- 2) 140°
- 3) 150°
- 4) 160°



30. จากรูป จงหาค่า $\widehat{AXC}$ ทางกึ่งองศา

- 1) 25°
- 2) 35°
- 3) 38°
- 4) 40°



31. กรวยกลมตันอันหนึ่งสูง 30 เซนติเมตร เมื่อนำไปแทนที่น้ำในเหยือกใบหนึ่งที่มีน้ำเต็ม ผลปรากฏว่า น้ำล้นออกมา V ลูกบาศก์เซนติเมตร กรวยกลมตันอีกอันหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานกรวยกว้างเป็น $\sqrt{5}$ เท่าของกรวยอันแรก เมื่อนำไปแทนที่น้ำในเหยือกเดิมที่มีน้ำพร่องอยู่นั้น ระดับน้ำในเหยือกเพิ่มขึ้นมาเต็มเหยือกพอดี กรวยกลมอันที่สองมีความสูงเป็นเท่าไร

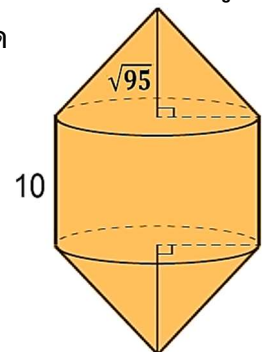
- 1) 4 เซนติเมตร
- 2) 5 เซนติเมตร
- 3) 6 เซนติเมตร
- 4) 8 เซนติเมตร

32. กล่องใส่การบูรเหลวมีลักษณะเป็นพีระมิดปรกติฐานสี่เหลี่ยมที่มีความยาวรอบฐานเท่ากับ 40 เซนติเมตร ผิวข้างเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ต้องการการบูรเหลวลงในกล่องก็ลูกบาศก์เซนติเมตรจึงจะเต็มกล่องนี้พอดี

- 1) $\frac{500\sqrt{2}}{3}$ ลูกบาศก์เซนติเมตร
- 2) $\frac{350\sqrt{2}}{3}$ ลูกบาศก์เซนติเมตร
- 3) $\frac{400\sqrt{2}}{3}$ ลูกบาศก์เซนติเมตร
- 4) $\frac{250\sqrt{2}}{3}$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

33. ทรงกระบอกอันหนึ่งมีพื้นที่ผิวข้าง 440 ตารางนิ้ว สูง 10 นิ้ว ถ้านำกรวยที่มีความสูง $\sqrt{95}$ นิ้ว และฐานเท่ากับหน้าตัดของทรงกระบอก มาต่อที่หน้าตัดของทรงกระบอกทั้งสองข้างดังรูป จงหาพื้นที่รอบนอกทั้งหมด

- 1) 440 ตารางนิ้ว
- 2) 528 ตารางนิ้ว
- 3) 968 ตารางนิ้ว
- 4) 1,138 ตารางนิ้ว



34. โลหะทรงกลมลูกหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 6 นิ้ว เอาหย่อนลงในถังทรงกระบอกที่มีความยาวของรัศมีของฐานเป็น 6 นิ้ว ถ้าถังใบนี้มีน้ำบรรจุอยู่พอสมควร จงหาว่าเมื่อนำลูกโลหะกลมห่างวางข้างต้นหย่อนลงไปจนมิดลูกแล้ว ระดับของน้ำในถังจะสูงขึ้นจากระดับเดิมกี่นิ้ว

- 1) 0.5 นิ้ว
- 2) 1 นิ้ว
- 3) 1.5 นิ้ว
- 4) 2 นิ้ว

35. ลูกโป่งหนึ่งบรรจุลูกบอลไว้ 18 ลูก เป็นลูกบอลสีขาวและสีดำ ถ้าหยิบลูกบอล 1 ลูก โดยสุ่มจากลูกโป่งนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีขาวเท่ากับ $\frac{2}{9}$

จงหาจำนวนลูกบอลสีดำทั้งหมดในลูกโป่งมีจำนวนเท่าใด

- 1) 4 ลูก
- 2) 8 ลูก
- 3) 10 ลูก
- 4) 14 ลูก

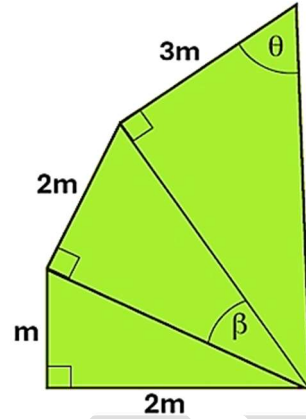
36. มีรถเมล์ 3 คัน 1, 2 และ 3 วิ่งรับผู้โดยสารระหว่างบ้านกับโรงเรียน ใบัวจะขึ้นรถเมล์ไปกลับระหว่างบ้านกับโรงเรียน ความน่าจะเป็นที่ใบัวจะขึ้นรถเมล์ไปกลับไม่เข้าคันเดิมเป็นเท่าไร

- 1) $\frac{1}{3}$
- 2) $\frac{2}{3}$
- 3) $\frac{7}{9}$
- 4) $\frac{8}{9}$

37. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีมุมยอดกาง 120 องศา ด้านที่เท่ากันยาว 6 นิ้ว จะมีพื้นที่ที่ต่ำกว่านี้

- 1) $3\sqrt{3}$ ตารางนิ้ว
- 2) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ ตารางนิ้ว
- 3) $9\sqrt{3}$ ตารางนิ้ว
- 4) $18\sqrt{3}$ ตารางนิ้ว

38. จากรูป ค่าของ $\tan \theta + \sin \beta$ ตรงกับข้อใด

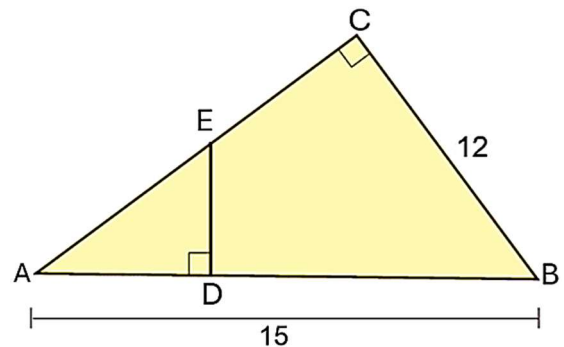


- 1) $\frac{5}{3}$
- 2) $\frac{\sqrt{5}+2}{2}$
- 3) $\frac{\sqrt{5}+3}{3}$
- 4) $\frac{2\sqrt{5}+5}{5}$

39. จากรูป $\triangle ABC$ ถ้า $\angle C = 90^\circ$, $AB = 15$ นิ้ว

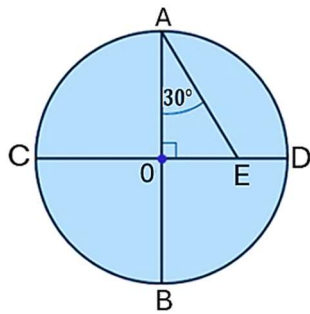
$BC = 12$ นิ้ว และ $\angle ADE = 90^\circ$

แล้วค่าของ $\cos \angle AED$ ตรงกับข้อใด



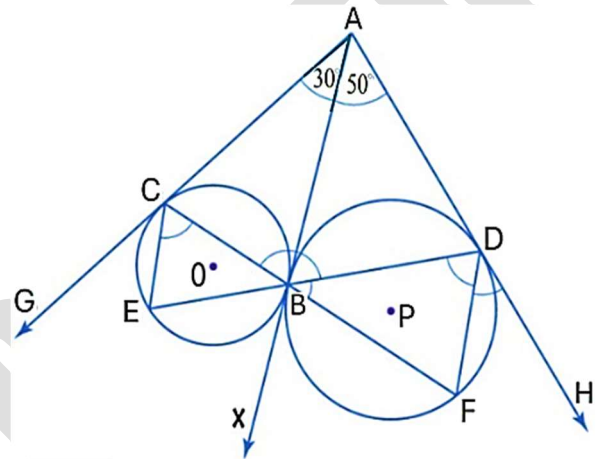
- 1) $\frac{4}{7}$
- 2) $\frac{5}{7}$
- 3) $\frac{4}{5}$
- 4) $\frac{3}{5}$

40. จากรูป เส้นผ่านศูนย์กลาง AB และ CD ตั้งฉากกัน
ที่จุด O , $\widehat{OAE} = 30^\circ$ และ $OE = a$ หน่วย
ผลคูณของความยาวของ AE และ CD เท่ากับข้อใด



- 1) $2\sqrt{3} a$ 2) $2\sqrt{3} a^2$
3) $4\sqrt{3} a$ 4) $4\sqrt{3} a^2$
41. รถไฟขบวนโดยสารออกเดินทางเวลา 14.00 น.
หลังจากที่รถไฟขบวนขนส่งสินค้าออกไปแล้ว
2 ชั่วโมง ในทิศทางเดียวกัน รถไฟขบวนขนส่งสินค้า
วิ่งด้วยความเร็วช้ากว่ารถไฟขบวนโดยสาร
18 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาว่ารถไฟขบวนโดยสาร
เดินทางไปทันรถไฟขบวนขนส่งสินค้าในเวลา
20.00 น. ที่ระยะทาง ห่างจากจุดเริ่มต้นเท่าไร
1) 54 กิโลเมตร 2) 72 กิโลเมตร
3) 126 กิโลเมตร 4) 432 กิโลเมตร
42. ถ้าใน 1 ชั่วโมง ให้ผู้ใหญ่ 1 คน ทำงานได้ x หน่วย
เด็ก 1 คน ทำงานได้ y หน่วย ในเวลา 4 ชั่วโมง
ผู้ใหญ่ 2 คน และเด็ก 4 คน ทำงานได้
 $4(2)x + 4(4)y$ หน่วย อยากทราบว่าผู้ใหญ่ 2 คน
เด็ก 6 คน จะทำงานนี้แล้วเสร็จในเวลาเท่าใด
ถ้าผู้ใหญ่ 4 คน เด็ก 5 คน ทำงานอย่างเดียวกัน
เสร็จในเวลา 3 ชั่วโมง
1) 2 ชั่วโมง 8 นาที 2) 2 ชั่วโมง 18 นาที
3) 2 ชั่วโมง 36 นาที 4) 2 ชั่วโมง 46 นาที

43. จากรูป ให้ $\overline{AX}$ สัมผัสทั้งวงกลม O และวงกลม P
ที่จุด B, $\overline{AG}$ และ $\overline{AH}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O
และวงกลม P ที่จุด C และ D ตามลำดับ
ส่วนของ $\overline{CB}$ และส่วนของ $\overline{BD}$ ตัดวงกลม P
และวงกลม O ที่จุด F และ E ตามลำดับ
ถ้า $\widehat{BAC} = 30^\circ$ และ $\widehat{BAD} = 50^\circ$



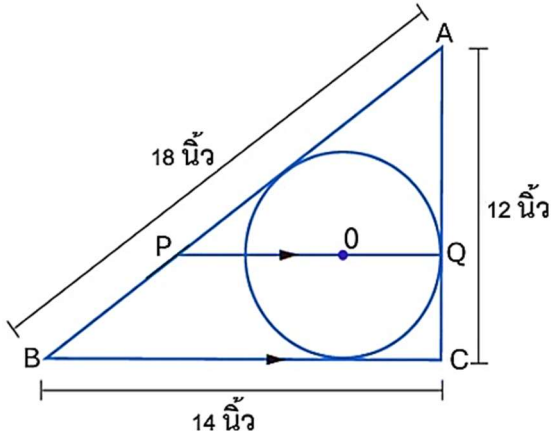
จงพิจารณาขนาดของมุมในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. $\widehat{BCE} = 65^\circ$
2. $\widehat{DBF} = 40^\circ$
3. $\widehat{BDF} = 80^\circ$
4. $\widehat{CBD} = 140^\circ$
5. $\widehat{FDH} = 50^\circ$

ข้อใดถูกต้อง

- 1) ข้อ 1, 2 และ 3 ถูก
- 2) ข้อ 1, 2 และ 4 ถูก
- 3) ข้อ 2, 3 และ 4 ถูก
- 4) ข้อ 3, 4 และ 5 ถูก

44. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม ABC ลาก PQ ผ่านจุด O และขนานกับ BC ถ้า $AB = 18$ นิ้ว $AC = 12$ นิ้ว $BC = 14$ นิ้ว เส้นรอบรูปสามเหลี่ยม APQ ยาวกี่นิ้ว

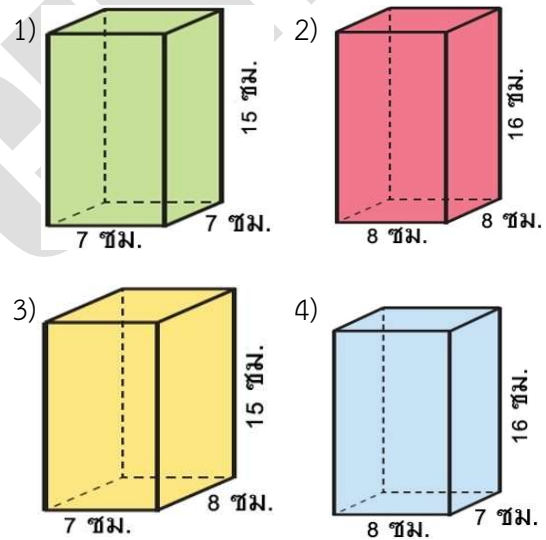


- 1) 22 นิ้ว 2) 26 นิ้ว
3) 29 นิ้ว 4) 30 นิ้ว
45. แก้วตาใช้ขันน้ำเครื่องทรงกลมที่มีรัศมียาว 3 นิ้ว ตักน้ำใส่ลงในภาชนะ 2 แบบ ดังนี้
- แบบ A ภาชนะรูปกรวยที่มีรัศมีของฐานเท่ากับรัศมีของขันน้ำ แต่สูงเป็นสองเท่าของรัศมีของขันน้ำนี้
- แบบ B ภาชนะรูปพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีฐานยาวด้านละ 6 นิ้ว และสูงเป็นสี่เท่าของรัศมีของขันน้ำนี้

จำนวนครั้งที่น้อยที่สุดที่ใช้ขันนี้ตักน้ำใส่ภาชนะแต่ละแบบจนเต็มภาชนะ ข้อใดถูกต้อง

- 1) ใช้ขันน้ำตักน้ำใส่ภาชนะ A 1 ครั้งจะเต็มพอดี
2) ใช้ขันน้ำตักน้ำใส่ภาชนะ B 2 ครั้งจะเต็มพอดี
3) ใช้ขันน้ำตักน้ำใส่ภาชนะ B 3 ครั้งจะเต็มพอดี
4) ข้อ 1) และ 3) ถูก

46. แผ่นเหล็กตันแผ่นหนึ่งกว้าง 20 ซม. ยาว 55 ซม.หนา 3 ซม. สามารถนำมาหลอมให้เป็นที่ทำบกระดาสรูปกรวยที่มีรัศมีของฐานยาว 3 ซม. ได้ 25 อัน โดยแต่ละอันมีความสูงเท่ากัน ถ้าต้องการออกแบบกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากสำหรับบรรจุที่ทำบกระดาสรูปกรวยตัน แต่ละอันเพื่อส่งไปจำหน่าย กล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้ ควรมีขนาดตรงกับข้อใด โดยความยาวของ ฐานของกล่องมากกว่าความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานกรวย และมีความสูงของกล่องมากกว่าความสูงของกรวย 1 เซนติเมตร (กำหนด $\pi = \frac{22}{7}$)



47. นักเรียนสังเกตเห็นเงาของเสาธงยาวเท่ากับความสูงของเสาธงต้นนั้น หลังจากนั้นระยะหนึ่งเขาสังเกตว่ามุมที่ดวงอาทิตย์ทำกับเสาธงเคลื่อนที่อีก 15° จากเดิมปรากฏว่าเงาของเสาธงยาวกว่าเดิม 20 ฟุต ข้อใดเป็นความสูงของเสาธงนี้
- 1) $5(2\sqrt{3}+1)$ ฟุต 2) $8(2\sqrt{3}+1)$ ฟุต
3) $10(\sqrt{3}+1)$ ฟุต 4) $20(\sqrt{3}+1)$ ฟุต

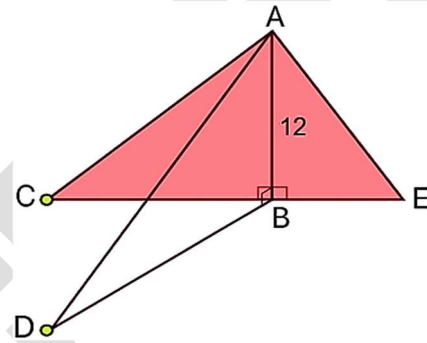
48. ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งต้องการทำทางลาด เพื่ออำนวยความสะดวกสำหรับผู้พิการที่ใช้รถเข็น โดยทำทางลาดที่ทำมุม 14° กับแนวพื้นดิน เพื่อขึ้นพื้นอาคารชั้น 1 ที่สูงจากพื้นดิน 0.54 เมตร เมื่อทดลองใช้งาน ปรากฏว่าทางลาดนี้ไม่สะดวก ต่อการใช้งาน ทางห้างจึงทำการปรับปรุงใหม่ ให้ทางลาดทำมุม 5° กับแนวพื้นดิน จงหาว่าจุดเริ่มต้นของทางลาดใหม่อยู่ห่างจาก จุดเริ่มต้นของทางลาดเดิมกี่เมตร (ตอบเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

กำหนดให้

มุม A	$\sin A$	$\cos A$	$\tan A$
5°	0.09	1.00	0.09
14°	0.24	0.97	0.25

- 1) 3.84 เมตร 2) 2.96 เมตร
3) 3.90 เมตร 4) 2.58 เมตร

49. AB เป็นเสาดันหนึ่งที่ปักอยู่ในแนวตั้งสูง 12 ฟุต C, D และ E เป็นหมุดที่ปักอยู่บนพื้น ถ้าใช้เชือกโยงจากยอดเสา (จุด A) ไปยังหมุด แล้ววกกลับไป โคนเสา (จุด B) ทำเช่นนี้ไปจนครบทั้ง 3 หมุด กำหนด $\widehat{CAB} = 45^\circ$, $\widehat{DAB} = 60^\circ$, $\widehat{BAE} = 30^\circ$ จงหาความยาวของเชือกทั้งหมด ($\sqrt{2} \approx 1.14$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)

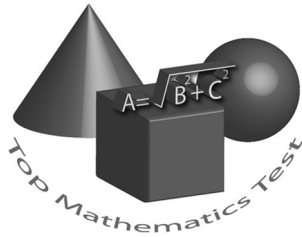


- 1) 42.92 ฟุต 2) 54.76 ฟุต
3) 75.41 ฟุต 4) 94.44 ฟุต

50. มานิตยืนบนยอดตึกสังเกตเห็นยอดอาคารที่อยู่ ตรงข้ามเป็นมุมก้ม 45° แต่เมื่อเขาลงชั้นล่างสุด แล้วมองไปที่ยอดอาคารเดิมเป็นมุมเงย 60° ถ้าความสูงของอาคารหลังนั้นเป็น 18 เมตร แล้วตึกที่มานิตยืนอยู่มีความสูงเท่าไร

- 1) $6(3+\sqrt{3})$ เมตร 2) $8(3+2\sqrt{3})$ เมตร
3) $12(2+\sqrt{3})$ เมตร 4) $18(1+\sqrt{3})$ เมตร

ม.3



โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ประจำปีการศึกษา 2568

เฉลยข้อสอบ : วิชาคณิตศาสตร์

ครั้งที่ 47

สอบเมื่อวันเสาร์ที่ 24 มกราคม 2569 เวลา 8.00 – 10.00 น.

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 3

TOP MATHEMATICS TEST

ดูประกาศผลสอบได้ที่ www.toptestcenter.com ในหัวข้อ ประกาศผลสอบ

การจัดอันดับและการมอบรางวัล แบ่งออกเป็น

ระดับประเทศ

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 – 3 ได้รับเหรียญรางวัลพร้อมทุนการศึกษา

ระดับภาค

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 ของแต่ละภาค ได้รับใบเกียรติบัตรพร้อมทุนการศึกษา

ระดับจังหวัด

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 ของแต่ละจังหวัด ได้รับใบเกียรติบัตร

การประกาศผลสอบรายบุคคล จะแสดงคะแนนที่ได้ในแต่ละส่วนและคะแนนรวม
พร้อมทั้งสรุปอันดับที่ได้ของนักเรียนแต่ละคนในระดับจังหวัด, ภาค และประเทศ



บริษัท ท็อป เทสต์ เซ็นเตอร์ จำกัด

www.toptestcenter.com

175 หมู่ 8 ถ.รามคำแหง 2 แขวงดอกไม้ เขตประเวศ กทม. 10250 โทรศัพท์ 0-2739-9130 โทรสาร 0-2720-9744

โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ สังคมศึกษา

คณิตศาสตร์ 1 วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ 2

1. ตอบข้อ 1) (6, 5)

$$\frac{1}{3}x = \frac{1}{5}y + 1 \quad \text{--- ①}$$

$$\frac{5}{6}x + y = 10 \quad \text{--- ②}$$

$$\text{①} \times 15 ; 5x = 3y + 15$$

$$5x - 3y = 15 \quad \text{--- ③}$$

$$\text{②} \times 6 ; 5x + 6y = 60 \quad \text{--- ④}$$

$$\text{④} - \text{③} ; 9y = 45 , y = 5$$

แทนค่า $y = 5$ ในสมการ ③

$$5x - 3(5) = 12$$

2. ตอบข้อ 4) มีคำตอบมากมายไม่จำกัดในรูป $\left(x, \frac{2x-4}{3}\right)$

$$2(x+3) - 3(y-4) = 22 \quad \text{--- ①}$$

$$\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = \frac{2}{3} \quad \text{--- ②}$$

จากสมการ ① จะได้ $2x - 3y = 4 \quad \text{--- ③}$

$$\text{②} \times 6 ; \text{จะได้ } 2x - 3y = 4 \quad \text{--- ④}$$

จะเห็นว่าสมการ ③ และ ④ เป็นสมการเดียวกัน

$$\text{จากสมการ ③ } 2x - 3y = 4$$

$$3y = 2x - 4$$

$$y = \frac{2x-4}{3}$$

ดังนั้น ระบบสมการมีคำตอบมากมายไม่จำกัดในรูป

$$\left(x, \frac{2x-4}{3}\right) \text{ เมื่อ } x \text{ แทนจำนวนจริงใด ๆ}$$

3. ตอบข้อ 3) ระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{y+4} = 0 \quad \text{--- ①}$$

$$\frac{2}{3}(x+y) = 1 \quad \text{--- ②}$$

$$\text{จากสมการ ① } \frac{1}{x+1} = -\frac{1}{y+4}$$

$$y+4 = -x-1$$

$$y = -x-5$$

$$\text{②} \times 3 ; 2x + 2y = 3$$

$$2y = -2x + 3$$

$$y = -x + \frac{3}{2} \quad \text{--- ③}$$

แทน y ด้วย $-x - 5$ ในสมการ ③

$$-x - 5 = -x + \frac{3}{2}$$

$$-5 = \frac{3}{2} \text{ ซึ่งเป็นสมการที่ไม่เป็นจริง}$$

ดังนั้น ระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ

4. ตอบข้อ 2) ข้อ ข, ค ถูก

ข้อ ก. ไม่ถูกต้อง $\widehat{AOB}$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับ

ด้วยส่วนโค้งเดียวกันกับ $\widehat{ADB}$ ดังนั้น $X = \frac{\widehat{AOB}}{2}$

ข้อ ข. ถูก เมื่อใช้ความรู้ที่ว่าในวงกลมเดียวกัน

มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

มีขนาดเท่ากัน และขนาดของมุมภายในของรูป Δ

รวมกันได้ 180° แล้วทำให้ความสัมพันธ์ข้างต้นเป็นจริง

ข้อ ค. ถูก มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลม

ที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้ง

ของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

ข้อ ง. ไม่ถูกต้อง ในวงกลมเดียวกัน มุมที่รองรับ

ด้วยส่วนโค้งเดียวกันมีขนาดเท่ากันและมุมที่ฐาน

ของรูป Δ หน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน

$$\text{จะได้ } \widehat{ACB} = \widehat{ADB} = \widehat{OCB} = \widehat{OBC} = X$$

$$\text{เนื่องจาก } \widehat{OBC} + \widehat{OCB} + \widehat{BOC} = 180^\circ$$

$$\text{หรือ } X + \widehat{ACB} + \widehat{BOC} = 180^\circ$$

$$\text{นั่นคือ } X + \widehat{ACB} + \widehat{AOB} = 180^\circ$$

$$\text{เมื่อ } \widehat{AOB} = \widehat{BOC} \text{ แต่ } \widehat{AOB} \neq \widehat{BOC}$$

$$\text{ดังนั้น } X + \widehat{ACB} + \widehat{AOB} \neq 180^\circ$$

5. ตอบข้อ 1) รัศมีของวงกลม O ยาว 12.5 เซนติเมตร

$\overline{BD}$ ยาว 7 เซนติเมตร

ความยาวของรัศมีของวงกลม O

เนื่องจาก $\widehat{ACB}$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม จะได้ ΔABC

เป็นรูป Δ มุมฉาก มี $\widehat{ACB}$ เป็นมุมฉาก

$$\text{จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส } AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$= 15^2 + 20^2 = 625$$

$$AB = 25$$

$$\text{จะได้ } OA = \frac{25}{2} = 12.5$$

ดังนั้น รัศมีของวงกลม O ยาว 12.5 เซนติเมตร

ความยาว $\overline{BD}$

เนื่องจาก $\widehat{ADB}$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม จะได้ $\triangle ABC$

เป็นรูป $\triangle$ มุมฉาก มี $\widehat{ADB}$ เป็นมุมฉาก

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส $BD^2 = AB^2 - AD^2$

$$= 25^2 - 24^2 = 49$$

$$BD = 7$$

นั่นคือ $\overline{BD}$ ยาว 7 เซนติเมตร

6. ข้อ 3) 18

เนื่องจาก $m(\widehat{BC}) = m(\widehat{BD})$ (กำหนดให้)

จะได้ $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = (2x)^\circ$ (มุมในส่วนโค้งของวงกลม

ที่รองรับด้วยส่วนโค้งที่ยาวเท่ากันจะมีขนาดเท่ากัน)

เนื่องจาก $\widehat{ABD} = (3x)^\circ$ (กำหนดให้)

และ $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90°)

เนื่องจาก $\widehat{BAD} + \widehat{ABD} + \widehat{ADB} = 180^\circ$

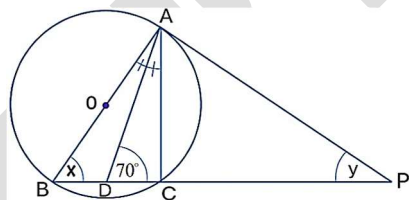
(ขนาดของมุมภายในรูป $\triangle$ รวมกันได้ 180°)

$$2x + 3x + 90 = 180$$

ดังนั้น

$$x = 18$$

7. ข้อ 2) $x = 50^\circ$, $y = 40^\circ$



เนื่องจาก $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90°)

และ $\widehat{ADC} = 70^\circ$ (กำหนดให้)

$\widehat{CAD} + \widehat{ACB} + \widehat{ADC} = 180^\circ$ (ขนาดของมุม

ภายในรูป $\triangle$ รวมกันได้ 180°)

จะได้ $\widehat{CAD} = 180 - 90 - 70 = 20^\circ$

เนื่องจาก $\widehat{BAC} = 2(\widehat{CAD}) = 2(20)$

ดังนั้น $\widehat{BAC} = 40^\circ$

เนื่องจาก $\widehat{x} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180$ (ขนาดของมุมภายในรูป $\triangle$ รวมกันได้ 180°)

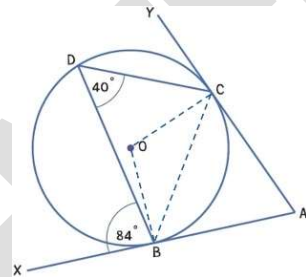
จะได้ $\widehat{x} = 180 - 90 - 40 = 50^\circ$

เนื่องจาก $\widehat{y} + \widehat{PAB} + \widehat{x} = 180$ (ขนาดของมุมภายในรูป $\triangle$ รวมกันได้ 180°)

จะได้ $\widehat{y} = 180 - 90 - 50 = 40^\circ$

ดังนั้น $\widehat{x} = 50^\circ$ และ $\widehat{y} = 40^\circ$

8. ข้อ 1) $\widehat{XAY} = 100^\circ$, $\widehat{DCY} = 56^\circ$



$\widehat{ACB} = 40^\circ$ และ $\widehat{ABC} = 40^\circ$ (มุมที่เกิดจากคอร์ด

และเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัสมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น)

จาก $\triangle ABC$; $\widehat{XAY} = 180 - (40 + 40)$

(มุมภายในรูป $\triangle$ รวมกันได้ 180°)

$$\widehat{XAY} = 100^\circ$$

$\widehat{XBD} = 84^\circ$ (กำหนดให้)

$\widehat{XBD} + \widehat{DBC} + \widehat{CBA} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมตรง)

$$84 + \widehat{DBC} + 40 = 180^\circ ; \widehat{DBC} = 56^\circ$$

เนื่องจาก $\widehat{DCY} = \widehat{DBC}$ (มุมที่เกิดจากคอร์ดและ

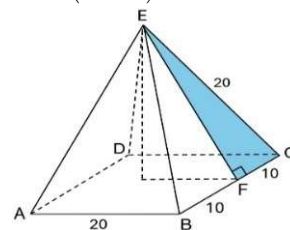
ดังนั้น $\widehat{DCY} = 56^\circ$ เส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัสมี

ขนาดเท่ากับขนาดของมุมใน

ส่วนโค้งที่อยู่ตรงข้ามคอร์ดนั้น)

นั่นคือ $\widehat{XAY} = 100^\circ$ และ $\widehat{DCY} = 56^\circ$

9. ข้อ 3) $400(1 + \sqrt{3})$ ตารางเซนติเมตร



พีระมิดนี้มีผิวข้างเป็นรูป Δ ด้านเท่า และฐานยาว

ด้านละ 20 ซม. ดังรูป

พิจารณารูป Δ มุมฉาก CEF ที่มี F เป็นมุมฉาก

$$\begin{aligned} \text{จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ } EF^2 &= EC^2 - FC^2 \\ &= 20^2 - 10^2 \\ &= 300 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } EF = 10\sqrt{3}$$

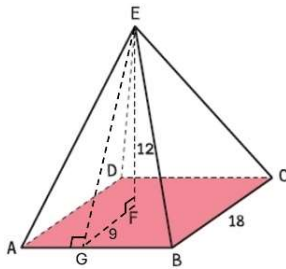
นั่นคือ รูป Δ ด้านเท่ามีความสูง $10\sqrt{3}$ ซม.

จาก พื้นที่ผิวของพีระมิด = พื้นที่ฐาน + พื้นที่ผิวข้าง
จะได้ พื้นที่ผิวของพีระมิด,

$$\begin{aligned} &= (20 \times 20) + 4 \left(\frac{1}{2} \times 20 \times 10\sqrt{3} \right) \text{ ตร.ซม.} \\ &= 400 + 400\sqrt{3} = 400(1 + \sqrt{3}) \text{ ตร.ซม.} \end{aligned}$$

ดังนั้น พีระมิดนี้มีพื้นที่ผิวเท่ากับ $400(1 + \sqrt{3})$ ตร.ซม.

10. ตอบข้อ 4) 500 ตารางเซนติเมตร



พิจารณา ΔEFG จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้

$$EG^2 = 12^2 + 9^2 = 225 ; EG = 15$$

จาก พื้นที่ผิวของพีระมิด = พื้นที่ฐาน + พื้นที่ผิวข้าง
จะได้ พื้นที่ผิวของพีระมิด-

$$= 18(AB) + \left[2(130) + 2 \left(\frac{1}{2} \times AB \times 15 \right) \right]$$

$$788 = 18(AB) + 260 + 15(AB)$$

$$528 = 33(AB) ; AB = 16$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด} &= 2 \left[\frac{1}{2} (15)(16) + 130 \right] \\ &= 500 \text{ ตร.ซม.} \end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด เท่ากับ 500 ตร.ซม.

11. ตอบข้อ 1) 35,280 ลูกบาศก์เซนติเมตร

จาก ปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน $\times$ ความสูง

จะได้ ปริมาตรของกล่องลูกบาศก์-

$$= (42 \times 42) \times 42 = 74,088 \text{ ลบ.ซม.}$$

$$\text{จาก ปริมาตรของทรงกลม} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

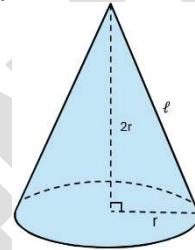
จะได้ ปริมาตรของลูกบอล-

$$\approx \frac{4}{3} \left(\frac{22}{7} \right) \left(\frac{42}{2} \right)^3 = 38,808 \text{ ลบ.ซม.}$$

ดังนั้น ปริมาตรของอากาศภายในกล่องที่อยู่ล้อมรอบ

ลูกบอลประมาณ $74,088 - 38,808 \approx 35,280$ ลบ.ซม.

12. ตอบข้อ 3) ข้อ ก และ ค



ก. จากภาพจะเห็นว่า B เป็นกรวยที่ฐานมีความยาว

ของเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ $2r$ หน่วย

และสูง $2r$ หน่วย ดังนั้น ภาพจะเห็นว่า B เป็นกรวยที่มีรัศมี

ของฐานยาว r หน่วย

จะได้ปริมาตรของภาพจะ

$$B = \frac{1}{3} \pi r^2 (2r) = \frac{2}{3} \pi r^3 \text{ ลูกบาศก์หน่วย}$$

จาก ภาพจะเห็นว่า C เป็นทรงกระบอกที่มีรัศมีของฐาน

ยาว r หน่วย และสูง $2r$ หน่วย

จะได้ปริมาตรของภาพจะ

$$C = \pi r^2 (2r) = 2\pi r^3 \text{ ลูกบาศก์หน่วย}$$

$$\text{นั่นคือ } \frac{\text{ปริมาตรของภาพจะ C}}{\text{ปริมาตรของภาพจะ B}} = \frac{2\pi r^3}{\frac{2}{3} \pi r^3} = 3$$

ดังนั้น ภาพจะเห็นว่า C มีปริมาตรเป็น 3 เท่าของภาพจะ B

ข้อ ก. ถูก

ข. พื้นที่ผิวของภาพจะ A = $4\pi r^2$ ตารางหน่วย

พื้นที่ผิวของภาพจะ C = พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่ฐานทั้งสอง

$$= (2\pi r \times 2r) + 2\pi r^2 = 6\pi r^2 \text{ ตารางหน่วย}$$

ดังนั้น ภาพจะเห็นว่า A มีพื้นที่ผิวน้อยกว่าภาพจะ C

ข้อ ข. ผิด

ค. วาดภาพแทนภาชนะ B ดังรูป

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ $\ell^2 = r^2 + (2r)^2 = 5r^2$

นั่นคือ $\ell = \sqrt{5}r$

จะได้ พื้นที่ผิวของภาชนะ B = $\pi r \ell + \pi r^2$

$$= \pi r (\sqrt{5}r) + \pi r^2$$

$$= \sqrt{5}\pi r^2 + \pi r^2 = (\sqrt{5}+1)\pi r^2$$

ดังนั้นพื้นที่ผิวของภาชนะ B = $(\sqrt{5}+1)\pi r^2$ ตร.หน่วย

ข้อ ค. ถูก

13. ตอบข้อ 2) 6,583 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ลูกโบว์ลิ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 24 ซม.

$$\text{มีรัศมี } \frac{24}{2} = 12 \text{ ซม.}$$

$$\text{จาก ปริมาตรของทรงกลม} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{จะได้ ปริมาตรของลูกโบว์ลิ่ง} \approx \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (12)^3$$

$$\approx 7,241 \text{ ลบ.ซม.}$$

ปริมาตรของลูกบาศก์ = กว้าง $\times$ ยาว $\times$ สูง

จะได้ ปริมาตรของกล่องลูกบาศก์,

$$= 24 \times 24 \times 24 = 13,824 \text{ ตร.ซม.}$$

ดังนั้น ปริมาตรของกล่องที่เหลือหลังจากใส่ลูกโบว์ลิ่งแล้ว

$$\text{ประมาณ } 13,824 - 7,241 = 6,583 \text{ ลบ.ซม.}$$

14. ตอบข้อ 2) 2.0R

$$\text{จาก ปริมาตรของทรงกลม} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

นำครึ่งทรงกลมมาห่อมเป็นกรวย

$$\text{ดังนั้น กรวยกลมที่ได้มีปริมาตร} = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3}\pi R^3 \right) = \frac{2}{3}\pi R^3$$

$$\text{ปริมาตรของกรวย} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

เมื่อ h คือความสูงของกรวย

$$\text{จะได้ } \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{2}{3}\pi R^3$$

$$h = 2R$$

ดังนั้น กรวยกลมที่ได้ มีความสูงเท่ากับ 2R

15. ตอบข้อ 3) ถ้าสุ่มหยิบลูกอมครั้งแรกได้ลูกอมรสสนม

ในครั้งที่สองจะได้ลูกอมรสกาแฟเท่านั้น

ข้อ 1. ถูก เพราะในโหลมีลูกอมรสสนมมากกว่ารสกาแฟ

ข้อ 2. ถูก เพราะในโหลจะเหลือเพียงลูกอมรสสนมเท่านั้น

ข้อ 3. ผิด เพราะในโหลเหลือลูกอมรสสนม

และลูกอมรสกาแฟอย่างละ 1 เม็ด

ดังนั้น มีโอกาสหยิบได้ลูกอมรสสนม

หรือลูกอมรสกาแฟเท่าๆ กัน

ข้อ 4. ถูก เพราะในโหลเหลือลูกอมรสสนมและรสกาแฟ

อย่างละ 1 เม็ด โอกาสที่จะหยิบได้ลูกอมรสสนม

หรือรสกาแฟมีเท่ากัน

16. ตอบข้อ 2) ทดลองโยนเหรียญ 1 เหรียญ 3 ครั้ง

ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะออกหัว

$$\text{อย่างน้อย 1 ครั้ง เท่ากับ } \frac{5}{8}$$

ข้อ 1. ถูก

ข้อ 2. ผิด ผลลัพธ์ทั้งหมดจากการโยนเหรียญ 1 เหรียญ

$$3 \text{ ครั้ง} = 2^3 = 8 \text{ คือ (H, H, H) (H, H, T)}$$

$$(H, T, H) (H, T, T) (T, H, H) (T, H, T)$$

$$(T, T, H), (T, T, T)$$

เหตุการณ์ที่เหรียญออกหัวอย่างน้อย 1 ครั้ง

มี 7 แบบ

$$\text{ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{7}{8}$$

ข้อ 3. ถูก จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทอดลูกเต๋า 1 ลูก

$$1 \text{ ครั้ง มี 6 แบบ คือ } 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

เหตุการณ์ที่ได้แต้มคู่ มี 3 แบบ คือ 2, 4, 6

$$\text{ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ข้อ 4. ถูก

17. ตอบข้อ 3) $\frac{1}{6}$

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดจากการโยนเหรียญ 2 เหรียญ

และลูกเต๋า 1 ลูก พร้อมกันหนึ่งครั้ง มี 24 แบบ คือ

$$(HH1) (HH2) (HH3) (HH4) (HH5) (HH6) (HT1) (HT2)$$

(HT3) (HT4) (HT5) (HT6) (TH1) (TH2) (TH3) (TH4)
(TH5) (TH6) (TT1) (TT2) (TT3) (TT4) (TT5) (TT6)
จำนวนเหตุการณ์ที่เหรียญหงายหน้าเหมือนกัน
และลูกเต๋ารับแต้มมากกว่า 4 มีจำนวนผลลัพธ์
ของเหตุการณ์ เป็น 4 แบบ คือ (HH5) (HH6) (TT5) (TT6)
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เท่ากับ $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

18. ตอบข้อ 1) $\frac{10}{17}$

ผลลัพธ์ทั้งหมดของการสอบวิชาคณิตศาสตร์ มี 51 แบบ
คือ 0, 1, 2, ..., 48, 49, 50
จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่นักเรียนสอบได้
ต้องทำคะแนนไม่ต่ำกว่า 21 คะแนน มี 30 แบบ
คือ 21, 22, 23, ..., 48, 49, 50
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เท่ากับ $\frac{30}{51}$ หรือ $\frac{10}{17}$

19. ตอบข้อ 4) $\frac{15}{16}$

ผลลัพธ์ทั้งหมดของการมีบุตร 4 คน มี 16 แบบ
คือ ซซซซ, ซซซญ, ซซญซ, ซซญญ, ซญซซ, ซญซญ,
ซญญซ, ซญญญ, ญซซซ, ญซซญ, ญซญซ, ญซญญ,
ญญซซ, ญญซญ, ญญญซ, ญญญญ,
เหตุการณ์ที่มีบุตรเป็นผู้ชายอย่างน้อย 1 คน
มีจำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 15
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เท่ากับ $\frac{15}{16}$

20. ตอบข้อ 3) $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ = \tan 45^\circ$

ข้อ 1. ถูก เนื่องจาก $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ และ $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$
ข้อ 2. ถูก เนื่องจาก $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$
ข้อ 3. ผิด เนื่องจาก $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$
แต่ $\tan 45^\circ = 1$
ข้อ 4. ถูก เนื่องจาก $\sin 60^\circ + \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$
และ $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

21. ตอบข้อ 3) เป็นจริงเพียง 2 ข้อ

ข้อ ก. เส้นตรง $2x + y - 6 = 0$

หาจุดตัดบนแกน x โดยให้ $y = 0$

$$2x - 6 = 0, x = 3$$

จะได้จุดตัดบนแกน x คือ (3, 0)

หาจุดตัดบนแกน y โดยให้ $x = 0$

$$y - 6 = 0; y = 6$$

จะได้จุดตัดบนแกน y คือ (0, 6)

ดังนั้น ข้อ ก. ถูกต้อง

ข้อ ข. เส้นตรง $2x + y - 5 = 0$

$$y = -2x + 5$$

$$\text{จะได้ความชัน } (m_1) = -2$$

เส้นตรง $x - 2y + 6 = 0$

$$2y = x + 6$$

$$y = \frac{1}{2}x + 3$$

$$\text{จะได้ความชัน } (m_2) = \frac{1}{2}$$

**เส้นตรงสองเส้นจะตัดกันเป็นมุมฉากเมื่อนำค่าความชัน

คูณกันแล้วได้ -1

$$m_1 - m_2 = (-2) \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$= -1$$

จะได้กราฟทั้งสองตัดกันเป็นมุมฉาก

ดังนั้น ข้อ ข. ถูกต้อง

ข้อ ค. $2x + 5y = 6$ — ①

$$4x + 10y = 5 \text{ — ②}$$

$$\text{①} \times 2; 4x + 10y = 12 \text{ — ③}$$

จะเห็นว่าสมการ ② $\neq$ สมการ ③

ดังนั้น เส้นตรงทั้งสองไม่ใช่เส้นตรงเดียวกัน

ดังนั้น ข้อ ค. ผิด

22. ตอบข้อ 3) 400 ตารางเซนติเมตร

ให้ ด้านกว้างของรูป □ ผืนผ้าเป็น x ซม.

ด้านยาวของรูป □ ผืนผ้าเป็น y ซม.

ด้านยาวเป็นสองเท่าของด้านกว้าง

$$\text{จะได้สมการเป็น } y = 2x \text{ — ①}$$

ด้านยาวลดลง 5 ซม. ด้านกว้างเพิ่มขึ้น 5 ซม.

ทำให้พื้นที่เพิ่มขึ้น 75 ตร.ซม.

$$\text{จะได้สมการเป็น } (x+5)(x-5) - xy = 75$$

$$xy - 5x + 5y - 25 - xy = 75$$

$$x - y = -20 \text{ --- ②}$$

แทน y ด้วย $2x$ ในสมการ ②

$$x - 2x = -20 ; x = 20$$

แทน x ด้วย 20 ในสมการ ① ; $y = 2(20) = 40$

ดังนั้น รูป Δ มีพื้นที่ $\frac{1}{2} \times 20 \times 40 = 400$ ตร.ซม.

23. ตอบข้อ 2) 11 ลิตร

ตัดข้าวสารจากกระสอบทั้งสองปนกันเต็มถุงได้ 35 ลิตร

ซึ่งเป็นข้าวเจ้าต่อข้าวเหนียว 4 : 1

ดังนั้น คิดเป็นข้าวเจ้า $\frac{4}{5} \times 35 = 28$ ลิตร

คิดเป็นข้าวเหนียว $\frac{1}{5} \times 35 = 7$ ลิตร

ข้าวสารแต่ละกระสอบประกอบด้วยข้าวเจ้า

ปนข้าวเหนียวเป็นอัตราส่วน ดังนี้

ข้าวสารกระสอบที่ 1 อัตราส่วน 8 : 3 = $8x : 3x$

นั่นคือ ข้าวสารกระสอบที่ 1 เป็นข้าวเจ้า $8x$ ลิตร

เป็นข้าวเหนียว $3x$ ลิตร

ข้าวสารกระสอบที่ 2 อัตราส่วน 5 : 1 = $5y : y$

นั่นคือ ข้าวสารกระสอบที่ 2 เป็นข้าวเจ้า $5y$ ลิตร

เป็นข้าวเหนียว y ลิตร

$$\text{จะได้สมการเป็น } 8x + 5y = 28 \text{ --- ①}$$

$$3x + y = 7 \text{ --- ②}$$

$$\text{②} \times \text{⑤} ; 15x + 5y = 35 \text{ --- ③}$$

$$\text{③} - \text{①} ; 7x = 7$$

$$x = 1$$

กระสอบที่ 1 มีข้าวเจ้ากับข้าวเหนียวรวมกัน

$$8x + 3x = 11x \text{ แทน } x \text{ ด้วย } 1 \text{ จะได้ } 11(1) = 11$$

ดังนั้น กระสอบที่ 1 มีข้าวสารคิดเป็น 11 ลิตร

24. ตอบข้อ 1) พัดลมตั้งโต๊ะเครื่องละ 550 บาท

หลอดไฟ LED หลอดละ 50 บาท

ให้ซื้อพัดลมราคาเครื่องละ x บาท

ซื้อหลอดไฟ LED หลอดละ y บาท

ซื้อพัดลมมา 3 เครื่อง และหลอดไฟ LED 7 หลอด

เป็นเงิน 2,000 บาท

$$\text{จะได้สมการเป็น } 3x + 7y = 2000 \text{ --- ①}$$

ขายพัดลมได้กำไร 8% หมายถึง $\frac{8}{100} \times 3x = \frac{6x}{25}$ บาท

ขายหลอดไฟ LED ได้กำไร 12%

หมายถึง $\frac{12}{100} \times 7y = \frac{21y}{25}$ บาท

ได้กำไรเป็นเงินรวมกัน 174 บาท

$$\text{จะได้สมการเป็น } \frac{6x}{25} + \frac{21y}{25} = 174$$

$$\text{นำ } 25 \text{ คูณตลอด } 6x + 21y = 4,350 \text{ --- ②}$$

$$\text{①} \times 2 ; 6x + 4y = 4,000 \text{ --- ③}$$

$$\text{②} - \text{③} ; 7y = 350$$

$$y = 50$$

แทน $y = 50$ ในสมการ ①

$$3x + 7(50) = 2,000$$

$$x = 550$$

ดังนั้น ซื้อพัดลมตั้งโต๊ะเครื่องละ 550 บาท

หลอดไฟ LED หลอดละ 50 บาท

25. ตอบข้อ 4) 150 บาท

ให้ร้านค้าซื้อของเล่นชนิดที่ 1 มาชิ้นละ x บาท

ซื้อของเล่นชนิดที่ 1 มา 20 ชิ้น คิดเป็นเงิน $20x$ บาท

ร้านค้าซื้อของเล่นชนิดที่ 2 มาชิ้นละ y บาท

ซื้อของเล่นชนิดที่ 2 มา 25 ชิ้น คิดเป็นเงิน $25y$ บาท

ซื้อของเล่นทั้งสองชนิดเป็นเงิน 4,500 บาท

$$\text{จะได้สมการเป็น } 20x + 25y = 4,500 \text{ --- ①}$$

ขายของเล่นชนิดที่ 1 ได้กำไร 15%

คิดเป็น $\frac{15}{100} \times 20x = 3x$ บาท

ขายของเล่นชนิดที่ 2 ได้กำไร 20%

คิดเป็น $\frac{20}{100} \times 25y = 5y$ บาท

ขายของเล่นได้กำไรทั้งหมด 750 บาท

$$\text{จะได้สมการเป็น } 3x + 5y = 750 \text{ --- ②}$$

$$\text{②} \times 5 ; 15x + 25y = 3,750 \text{ --- ③}$$

$$\text{①} - \text{③} ; 5x = 750$$

$$x = 150$$

ดังนั้น ร้านค้าซื้อของเล่นชนิดที่ 1 มาราคาขึ้นละ

150 บาท

26. ตอบข้อ 2) มีเด็ก 40 คน มีเงิน 31 บาท

ให้มีเด็กอยู่ x คน

แจกเงินให้เด็กคนละ 80 สตางค์ ปรากฏว่ายังขาดเงินอยู่

1 บาท = 100 สตางค์

นั่นคือ เงินทั้งหมดที่มีเป็น $80x - 100$ สตางค์ — ①

ถ้าแจกเงินให้เด็กคนละ 75 สตางค์ ปรากฏว่าเงินจะเหลือ

1 บาท = 100 สตางค์

นั่นคือ เงินทั้งหมดที่มีเป็น $75x + 100$ สตางค์ — ②

จะได้ว่าสมการ ① = ②

$$80x - 100 = 75x + 100$$

$$5x = 200$$

$$x = 40$$

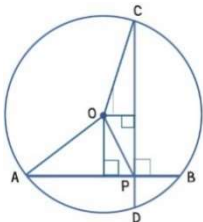
แทน x ด้วย 40 ในสมการ ①

$$80(40) - 100 = 3100 \text{ สตางค์}$$

$$= 31 \text{ บาท}$$

ดังนั้น มีเด็ก 40 คน และมีเงินทั้งหมด 31 บาท

27. ตอบข้อ 2) 18 เซนติเมตร



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ $OX^2 = AO^2 - AX^2$

$AX = 14$ (ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลาง

มาตั้งฉากกับคอร์ด จะแบ่งครึ่งคอร์ด)

$$\text{ดังนั้น } XO^2 = AO^2 - 14^2$$

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสจะได้ $YO^2 = OC^2 - CY^2$

$CY = 16$ (ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลาง

มาตั้งฉากกับคอร์ด จะแบ่งครึ่งคอร์ด)

$$\text{ดังนั้น } YO^2 = OC^2 - 16^2$$

พิจารณา $\triangle XOP$ จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสจะได้

$$OP^2 = OX^2 + XP^2 = OX^2 + YO^2$$

(แทน XP ด้วย YO)

$$\text{จะได้ } OP^2 = AO^2 - 14^2 = OC^2 - 16^2$$

$$14^2 = AO^2 - 14^2 + AO^2 - 16^2$$

$$(OP = 14 \text{ และ } AO = OC \rightarrow \text{รัศมีของวงกลม}$$

เดียวกัน)

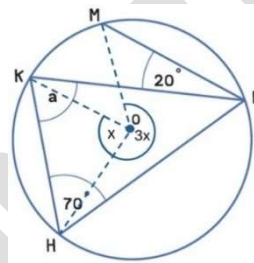
$$196 = 2AO^2 - 452$$

$$2AO^2 = 648$$

$$AO^2 = 324 ; AO = 18$$

ดังนั้น รัศมีของวงกลมยาว 18 เซนติเมตร

28. ตอบข้อ 1) 70°



ลาก $\overline{OM}$, $\overline{OK}$ และ $\overline{OH}$

$$\widehat{HNM} = 3\widehat{HK} \text{ (กำหนดให้)}$$

$$\widehat{KOH} = x \text{ จะได้ มุมกลับ } \widehat{HOM} = 3x$$

$$\widehat{MOK} = 2\widehat{M\hat{N}K} = 2(20) = 40^\circ \text{ (มุมที่จุดศูนย์กลาง}$$

มีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วน

โค้งเดียวกัน)

$$\widehat{KOH} + \text{มุมกลับ } \widehat{HOM} + \widehat{MOK} = 360^\circ$$

(มุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลับเท่ากับ 360°)

$$x + 3x + 40 = 360$$

$$4x + 40 = 360$$

$$4x = 320 ; x = 80^\circ$$

$$\text{จะได้ } \widehat{KOH} = 80^\circ$$

$$\widehat{KNH} = \frac{1}{2} \widehat{KOH} \text{ (มุมในส่วนโค้งของวงกลม}$$

เป็น $\frac{1}{2}$ ของมุมที่จุดศูนย์กลาง)

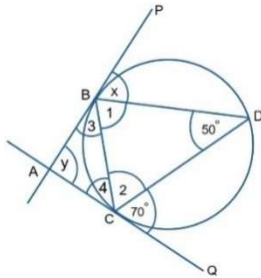
$$= \frac{1}{2}(80) = 40^\circ$$

$$\hat{a} + \widehat{KHN} + \widehat{KNH} = 180^\circ \text{ (มุมภายในของรูป } \triangle$$

รวมกันได้ 180°)

$$\hat{a} + 70 + 40 = 180 \quad ; \quad \hat{a} = 70^\circ$$

29. ตอบข้อ 2) 140°



$\hat{1} = 70^\circ$ (มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลม
ที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุม
ในส่วนโค้งที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น)

ในรูป $\triangle BCD$; $\hat{1} + \hat{2} + 50 = 180^\circ$ (มุมภายในรูป $\triangle$
รวมกันได้ 180°)

$$70 + \hat{2} + 50 = 180 \quad (\text{แทน } \hat{1} \text{ ด้วย } 70^\circ)$$

$$\hat{2} = 60^\circ$$

$\hat{x} = \hat{2} = 60^\circ$ (มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัส
 $\hat{3} = 50^\circ, \hat{4} = 50^\circ$ วงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับ
ขนาดของมุมในส่วนโค้ง
ที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น)

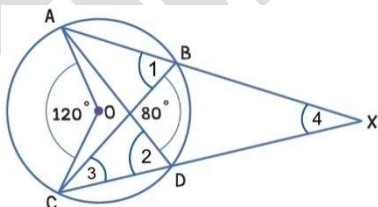
ในรูป $\triangle ABC$; $\hat{3} + \hat{4} + \hat{y} = 180^\circ$ (มุมภายในรูป $\triangle$
รวมกันได้ 180°)

$$50 + 50 + \hat{y} = 180 \quad (\text{แทน } \hat{3} \text{ และ } \hat{4} \text{ ด้วย } 50^\circ)$$

$$\hat{y} = 80^\circ$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{x} + \hat{y} = 60^\circ + 80^\circ = 140^\circ$$

30. ตอบข้อ 4) 40°



$$\hat{1} = \frac{1}{2}(\angle AOC) = \frac{1}{2}(120) = 60^\circ$$

(มุมในส่วนโค้งวงกลมเป็นครึ่งหนึ่งของมุมที่จุดศูนย์กลาง
ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน)

$$\hat{2} = \hat{1} = 60^\circ \quad (\text{มุมในส่วนโค้งเดียวกันมีขนาดเท่ากัน})$$

ใน $\triangle CDQ$ $80^\circ = \hat{2} + \hat{3}$ (ในรูป $\triangle$ ใดๆ ถ้าต่อต้านใด
ด้านหนึ่งของรูป $\triangle$ ออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้น
มีค่าเท่ากับผลบวกของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิด)

$$80^\circ = 60 + \hat{3} \quad ; \quad \hat{3} = 20^\circ$$

$$\text{ใน } \triangle BCX \quad ; \quad \hat{1} = \hat{3} + \hat{4}$$

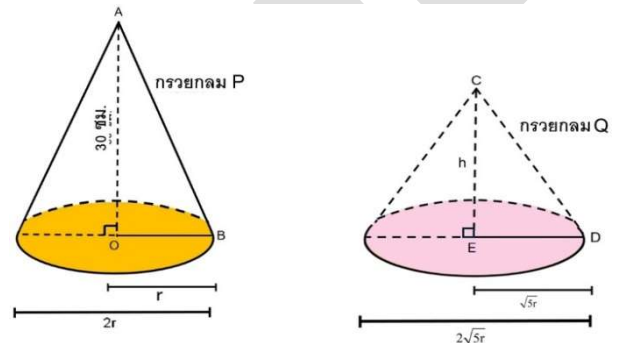
$$60 = 20 + \hat{4} \quad (\text{แทน } \hat{1} \text{ ด้วย } 60^\circ)$$

$$\text{แทน } \hat{3} \text{ ด้วย } 20^\circ)$$

$$\hat{4} = 40^\circ$$

$$\text{ดังนั้น } \angle AXC = 40^\circ$$

31. ตอบข้อ 3) 6 เซนติเมตร



ให้ กรวยกลม P มีเส้นผ่านศูนย์กลาง $2r$ ซม.

กรวยกลม Q มีเส้นผ่านศูนย์กลาง $\sqrt{5}$ เท่า
ของกรวยกลม P

ดังนั้น กรวยกลม Q มีเส้นผ่านศูนย์กลาง $2\sqrt{5}r$ ซม.

จาก ปริมาตรของน้ำที่ไหลล้นออกมา = ปริมาตรน้ำ
ที่สูงขึ้นเท่าระดับเดิม

จะได้ ปริมาตรของน้ำที่ไหลล้นออกมา

= ปริมาตรของกรวยกลม P

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 (30) \quad \text{--- ①}$$

ปริมาตรน้ำที่สูงขึ้นเท่าระดับเดิม

= ปริมาตรของกรวยกลม Q

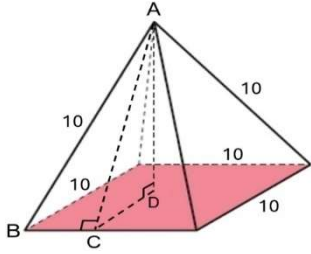
$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (\sqrt{5}r)^2 h \quad \text{--- ②}$$

$$\text{①} = \text{②} ; \quad \frac{1}{3}\pi r^2 (30) = \frac{1}{3}\pi (\sqrt{5}r)^2 h$$

$$\text{นำ } \frac{1}{3}\pi \text{ หารตลอด } 30r^2 = 5r^2 h ; \quad h = 6$$

ดังนั้น กรวยกลมอันที่สองมีความสูง 6 เซนติเมตร

32. ตอบข้อ 1) $\frac{500\sqrt{2}}{3}$ ลูกบาศก์เซนติเมตร



จากโจทย์พีระมิดฐาน $\square$ คือ พีระมิด $\square$ จัตุรัส

และมีความยาวรอบฐานเท่ากับ 40 ซม.

นั่นคือแต่ละด้านยาว 10 ซม. และผิวข้างเป็น

รูป Δ ด้านเท่า

ดังนั้น สันของพีระมิดยาว 10 ซม. ดังรูป

พิจารณา ΔABC ที่มี C เป็นมุมฉาก จะได้ $BC = 5$ ซม.

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้-

$$AC^2 = AB^2 - BC^2 = 10^2 - 5^2 = 75 ; AC = 5\sqrt{3}$$

พิจารณา ΔADC ที่มี D เป็นมุมฉาก จะได้ $CD = 5$ ซม.

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้-

$$AD^2 = AC^2 - CD^2 = 75 - 25 = 50 ; AD = 5\sqrt{2}$$

นั่นคือ กล่องพีระมิดมีความสูงเท่ากับ $5\sqrt{2}$ ซม.

เนื่องจากการบูรที่เทลงในกล่อง จะเท่ากับปริมาตรของกล่องพีระมิด

จะได้การบูรเหลวที่เทลงในกล่อง

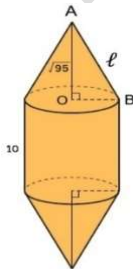
$$= \frac{1}{3} \times \text{พท.ฐานของพีระมิด} \times \text{ความสูงของพีระมิด}$$

$$= \frac{1}{3} \times 10^2 \times 5\sqrt{2} = \frac{500\sqrt{2}}{3} \text{ ลบ.ซม.}$$

$$\text{ดังนั้น ต้องเทการบูรเหลวลงในกล่อง } \frac{500\sqrt{2}}{3} \text{ ลบ.ซม.}$$

จึงจะเต็มกล่องพอดี

33. ตอบข้อ 3) 968 ตารางนิ้ว



$$\text{พื้นที่ผิวข้างของทรงกระบอก} = 2\pi rh$$

$$\text{จะได้ } 440 = 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 10$$

$$r = \frac{440 \times 7}{2 \times 22 \times 10} = 7$$

$$\text{ในรูป } \Delta AOB ; AB^2 = AO^2 + OB^2$$

$$\ell^2 = (\sqrt{95})^2 + 7^2 = 144 ; \ell = 12$$

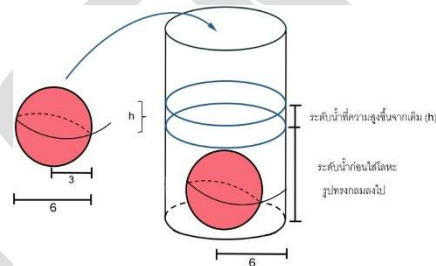
พื้นที่ผิวข้างของกรวย 2 รูป-

$$= 2\pi r\ell = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 12 = 528$$

ดังนั้น พื้นที่ผิวรอบนอกทั้งหมด

$$\text{เท่ากับ } 440 + 528 = 968 \text{ ตารางนิ้ว}$$

34. ตอบข้อ 2) 1 นิ้ว



จากรูป น้ำโลหะ ทรงกลมใส่ลงไปในถังทรงกระบอกที่มีน้ำ

บรรจุอยู่พอสมควร ทำให้ระดับน้ำสูงขึ้นจากเดิม h นิ้ว

ปริมาตรของทรงกลม = ปริมาตรของน้ำที่สูงขึ้นจากระดับเดิม

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \pi r^2 h$$

$$\text{นำ } \pi \text{ หารตลอด } \frac{4}{3}\pi R^3 = r^2 h$$

$$\frac{4}{3} \times 3 \times 3 \times 3 = 6 \times 6 \times h$$

$$h = \frac{4 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 6 \times 6} = 1$$

ดังนั้น ระดับน้ำสูงขึ้นจากเดิม 1 นิ้ว

35. ตอบข้อ 4) 14 ลูก

ลูกโบหนึ่งบรรจุลูกบอล 18 ลูก จะได้ผลลัพธ์ทั้งหมด

ที่เกิดจากการสุมหยิบลูกบอล 1 ลูก เป็น 18

กำหนดให้ มีลูกบอลสีขาว n ลูก

ความน่าจะเป็นที่จะ

$$\text{หยิบได้ ลูกบอลสีขาวเท่ากับ } \frac{2}{9}$$

$$\frac{n}{18} = \frac{2}{9}$$

จะได้

$$9n = 36 \quad ; \quad n = 4$$

นั่นคือ ในถุงมีลูกบอลสีขา 4 ลูก

ดังนั้น ในถุงมีลูกบอลสีดำ $18 - 4 = 14$ ลูก

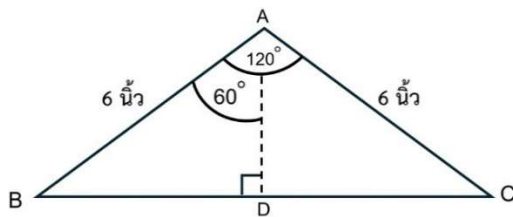
36. ตอบข้อ 2) $\frac{2}{3}$

ผลลัพธ์ทั้งหมดของการขึ้นรถเมล์ไปและกลับระหว่างบ้านกับโรงเรียนมี 9 แบบ คือ 11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33

เหตุการณ์ที่ไปขึ้นรถเมล์ไปกลับไม่เข้าคันเดิม มี 6 แบบ คือ 12, 13, 21, 23, 31, 32

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เท่ากับ $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

37. ตอบข้อ 3) $9\sqrt{3}$ ตารางนิ้ว



จากรูป $\triangle ABC$ เป็นรูป $\triangle$ หน้าที่

$\widehat{BAC} = 120^\circ$ ลาก $\overline{AD}$ ตั้งฉาก $\overline{BC}$ ที่จุด D

จะได้ $\widehat{BAD} = 60^\circ$ และ $AB = AC = 6$ นิ้ว

ในรูป $\triangle$ มุมฉาก ABD ;

$$\cos 60^\circ = \frac{AD}{AB}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{AD}{6}$$

$$AD = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

ในรูป $\triangle$ มุมฉาก ABD

$$\sin 60^\circ = \frac{BD}{AB}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BD}{6}$$

$$BD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

เนื่องจาก $\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC}$

แต่ $\overline{BD} = \overline{DC} = 3\sqrt{3}$

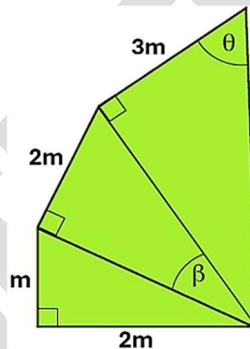
จะได้ $\overline{BC} = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

พื้นที่ รูป $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times BC \times AD$

$$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 3$$

$$= 9\sqrt{3} \text{ นิ้ว}$$

38. ตอบข้อ 1) $\frac{5}{3}$



จากรูป $\triangle ABC$;

$$AC^2 = BC^2 + AB^2$$

$$= m^2 + (2m)^2$$

$$= m^2 + 4m^2$$

$$= 5m^2$$

จากรูป $\triangle ABD$;

$$AD^2 = CD^2 + AC^2$$

$$= (2m)^2 + 5m^2$$

$$= 4m^2 + 5m^2 = 9m^2$$

$$AD = 3m$$

$$\sin \beta = \frac{CD}{AD}$$

$$= \frac{2m}{3m} = \frac{2}{3}$$

จาก $\triangle ADE$;

$$\tan \theta = \frac{AD}{DE}$$

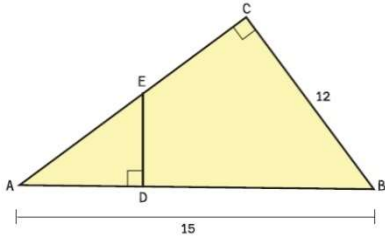
$$= \frac{3m}{3m} = 1$$

ดังนั้น $\tan \theta + \sin \beta = 1 + \frac{2}{3}$

$$= \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

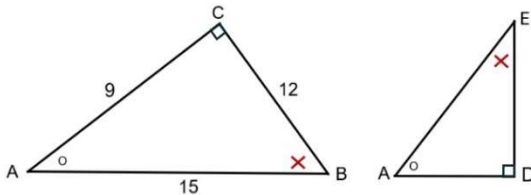
39. ตอบข้อ 3) $\frac{4}{5}$



จากรูป $\triangle ABC$; $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$$15^2 = AC^2 + 12^2$$

$$AC^2 = 81 ; AC = 9$$



พิจารณารูป $\triangle ABC$ และ $\triangle AED$

$$\triangle ABC \sim \triangle AED$$

$$\sin \hat{ABC} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\sin \hat{ABC} = \sin \hat{AED} (\hat{ABC} = \hat{AED})$$

$$\sin \hat{AED} = \frac{3}{5}$$

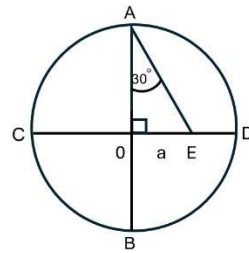
$$AE^2 = AD^2 + DE^2$$

$$5^2 = 3^2 + DE^2$$

$$DE = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$$

$$\text{ดังนั้น } \cos \hat{AED} = \frac{DE}{AE} = \frac{4}{5}$$

40. ตอบข้อ 4) $4\sqrt{3} a^2$



ให้ $OE = a$ หน่วย

จาก $\triangle OAE$;

$$\frac{OA}{OE} = \cot 30^\circ$$

$$\frac{OA}{a} = \sqrt{3}$$

$$OA = \sqrt{3}a$$

$$CD = 2(OA) = 2(\sqrt{3}a) = 2\sqrt{3}a$$

จาก $\triangle OAE$;

$$\cos 30^\circ = \frac{OA}{OE}$$

$$2 = \frac{AE}{a}$$

$$AE = 2a$$

$$\text{ดังนั้น } AE \times CD = (2a)(2\sqrt{3}a)$$

$$= 4\sqrt{3} a^2$$

41. ตอบข้อ 4) 432 กิโลเมตร

กำหนดให้

รถไฟขบวนโดยสารเดินทางด้วยความเร็ว

x กิโลเมตรต่อชั่วโมง

รถไฟขบวนขนส่งสินค้าเดินทางด้วยความเร็ว

y กิโลเมตรต่อชั่วโมง

รถไฟขบวนขนส่งสินค้าเดินทางด้วยความเร็วน้อยกว่า

ขบวนโดยสาร 18 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

จะได้สมการเป็น $x - y = 18$ — ①

รถไฟขบวนขนส่งสินค้าออกเดินทางเวลา 14.00 น.

ถึง 20.00 น. ใช้เวลา 6 ชม.

เดินทางได้ระยะทาง $6x$ กิโลเมตร

รถไฟขบวนขนส่งสินค้าออกเดินทางก่อน 2 ชั่วโมง
จึงใช้เวลา 8 ชั่วโมง เดินทางได้ระยะทาง 8y กิโลเมตร
จะได้ $6x = 8y$

นำ 2 ทารดลด $3x = 4y$ — ②

จากสมการ ① จะได้ $y = x - 18$

แทน y ด้วย $x - 18$ ในสมการ ②

$$3x = 4(x - 18)$$

$$3x = 4x - 72$$

$$x = 72$$

แทน x ด้วย 72 ในสมการ ①

$$72 - y = 18$$

$$y = 54$$

ดังนั้น รถไฟทั้งสองขบวนเดินทางทันกันในเวลา 20.00 น.
ที่ระยะห่างจากจุดเริ่มต้น-

$$6 \times 72 = 8 \times 54 = 432 \text{ กิโลเมตร}$$

42. ตอบข้อ 4) 2 ชั่วโมง 46 นาที

งานที่ต้องทำมีปริมาณ $8x + 16y$ หน่วย — ①

ใน 3 ชม. ผู้ใหญ่ 4 คน เด็ก 5 คน

ทำงานได้ $3(4x) + 3(5y)$ หน่วย

∴ งานที่ต้องทำมีปริมาณ $12x + 15y$ หน่วย — ②

นั่นคือ ① = ② ; $8x + 16y = 12x + 15y$

$$y = 4x$$

แทน y ด้วย $4x$ ในสมการ ①

จะได้ งานที่ต้องทำทั้งหมดมีปริมาณ

$$8x + 16(4x) = 72x \text{ หน่วย}$$

ใน 1 ชั่วโมง ผู้ใหญ่ 2 คน เด็ก 6 คน

ทำงานได้ $2x + 6y$ หน่วย — ③

แทน $y = 4x$ ในสมการ 3

$$2x + 6(4x) = 26x \text{ หน่วย}$$

นั่นคือ ใน 1 ชั่วโมง ผู้ใหญ่ 2 คน เด็ก 6 คน

ทำงานได้ $26x$ หน่วย

ผู้ใหญ่ 2 คน เด็ก 6 คน ทำงานได้ $26x$ หน่วย

ในเวลา 1 ชั่วโมง

ผู้ใหญ่ 2 คน เด็ก 6 คน ทำงานได้ $72x$ หน่วย

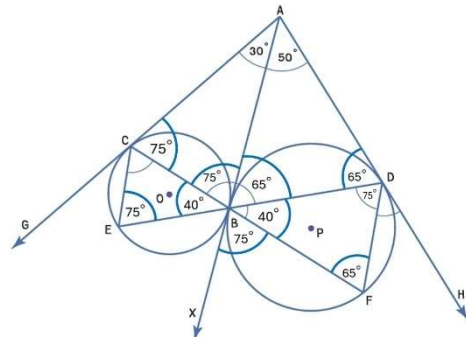
$$\text{ในเวลา } \frac{72x}{26x} = 2\frac{20}{26} \text{ ชั่วโมง}$$

$$\frac{20}{26} \text{ ชั่วโมง คิดเป็น } \frac{20}{26} \times 60 = 46 \text{ นาที}$$

ดังนั้น ผู้ใหญ่ 2 คน เด็ก 6 คน ทำงานเสร็จภายใน

2 ชั่วโมง 46 นาที

43. ตอบข้อ 2) ข้อ 1, 2 และ 4 ถูก



ส่วนของเส้นตรง 2 เส้น ที่ลากจากจุดจุดหนึ่ง

ภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมเดียวกันจะยาวเท่ากัน

จะได้ $AB = AD$ และ $AB = AC$

ดังนั้น $\triangle ABC$ และ $\triangle ABD$ เป็นรูป $\triangle$ หน้าจั่ว

$$\text{ดังนั้น } \hat{ABD} = \hat{ADB} = \frac{180 - 50}{2} = 65^\circ$$

$$\text{และ } \hat{ACB} = \hat{ABC} = \frac{180 - 30}{2} = 75^\circ$$

มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัส
จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม
ที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

$$\text{จะได้ } \hat{BDF} = \hat{XBF} = 75^\circ$$

$$\text{และ } \hat{BFD} = \hat{ABD} = 65^\circ \text{ ข้อ 3. ผิด}$$

$$\hat{DBF} = 180 - (75 + 65) = 40^\circ \text{ (ขนาดของมุม}$$

ภายในรูป $\triangle$ รวมกันได้ 180°) ข้อ 2. ถูก

$$\hat{CBA} = \hat{CEB} = 75^\circ \text{ (มุมที่เกิดจากคอร์ด}$$

และเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับ
ขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้าม
กับคอร์ดนั้น)

$$\hat{CBE} = \hat{DBF} = 40^\circ \text{ (มุมตรงข้าม)}$$

$$\text{จะได้ } \hat{BCE} = 180 - (75 + 40) = 65^\circ \text{ (มุมภายใน}$$

$$\text{รูป } \triangle \text{ รวมกันได้ } 180^\circ) \text{ ข้อ 1. ถูก}$$

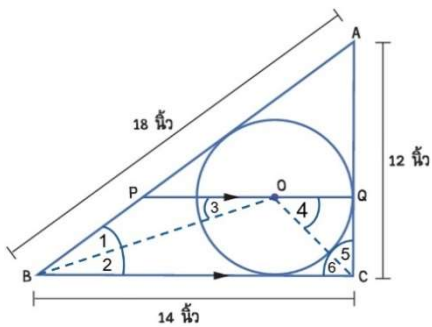
$$\hat{CBD} = \hat{ABC} + \hat{ABD} = 75 + 65 = 140^\circ \text{ ข้อ 4. ถูก}$$

$$\hat{FDH} = 180 - (\hat{FDB} + \hat{BDA})$$

$$= 180 - (75 + 65) = 40^\circ$$

ข้อ 5. ผิด

44. ตอบข้อ 4) 30 นิ้ว



ลาก $\overline{OB}$ และ $\overline{OC}$

จะได้ $\hat{1} = \hat{2}$ และ $\hat{5} = \hat{6}$ (เส้นตรงที่ลากเชื่อมต่อระหว่างจุดที่ลากมาสัมผัสวงกลมกับจุดศูนย์กลางของวงกลมน้อยแบ่งครึ่งมุมที่จุดที่ลากจากจุดภายนอกมาสัมผัสวงกลม)

$$\hat{3} = \hat{2} \text{ ແລະ } \hat{6} = \hat{4} \text{ (ພູມແຍ້ງ)}$$

$\hat{1} = \hat{3}$ และ $\hat{5} = \hat{4}$ (สมบัติการถ่ายทอด)

จะได้รูป ΔPBO และรูป ΔQCO เป็นรูป Δ หน้าจั่ว

ดังนั้น $\overline{PB} = \overline{PO}$ และ $\overline{QC} = \overline{QO}$

(บทนิยามของรูป Δ หน้าจั่ว)

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \overline{AP} + \overline{PB} = 18 \\ &= \overline{AP} + \overline{PO} = 18 \text{ (แทน } \overline{PB} \text{ ด้วย } \overline{PO})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= \overline{AQ} + \overline{QC} = 12 \\ &= \overline{AQ} + \overline{QO} = 12 \text{ (แทน } \overline{QC} \text{ ด้วย } \overline{QO})\end{aligned}$$

ดังนั้น เส้นรอบรูป $\Delta APQ = (\overline{AP} + \overline{PO}) + (\overline{AQ} + \overline{QO})$
 $= 18 + 12 = 30$ นิ้ว

45. ตอบข้อ 4) ข้อ 1) และ 3) ถูก

เนื่องจาก ความจุของชั้นครึ่งทรงกลม

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi r^3 \text{ ลูกบาศก์นิ้ว}$$

พิจารณา ภาษณะ A ภาษณะรูปกรวยที่มีรัศมีของฐาน
เท่ากับรัศมีของชั้นน้ำ

$$\text{จำนวนครั้งในการตักน้ำ} = \frac{\text{ความจุของภาชนะรูปกรวย}}{\text{ความจุของขันน้ำครึ่งทรงกลม}}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \pi r^2 (2r)}{\frac{2}{3} \pi r^3} = 1 \quad \text{ครึ่ง}$$

ดังนั้น ใช้ขันตักน้ำเทใส่ภาชนะ A 1 ครั้งจะเต็มพอดี

พิจารณาภาษา B ภาษารูปพีระมิดฐาน □ จัตุรัส

ที่มีฐานยาวด้านละ 6 นิ้ว และสูงเป็นสี่เท่า

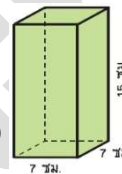
ของรัศมีชั้นน้ำนี้

$$\text{จำนวนครั้งในการตักน้ำ} = \frac{\text{ความจุของภาชนะรูปพีระมิดฐาน ๐ จัดรัส}}{\text{ความจุของขันน้ำครึ่งทรงกลม}}$$

$$\approx \frac{\frac{1}{3}(6)^2(12)}{\frac{2}{3}(3.14)(3)^3} \approx 2.55$$

ดังนั้น ใช้ขันตักน้ำเทใส่ภาชนะ B จำนวน 3 ครั้ง

จึงจะเต็มพอดี



46. ตอบข้อ 1)

พิจารณา ปริมาตรของแผ่นเหล็กตันกว้าง 20 ซม.

ยาว 55 ซม. หน้า 3 ซม.

จะได้ ปริมาตรของแผ่นเหล็กตัน

เท่ากับ $20 \times 55 \times 3 = 3,300$ ลบ.ชม.

เนื่องจาก นำแผ่นเหล็กต้นมาทำเป็นที่ทับกระดาษ

รูปกรวยที่มีรัศมีของฐานยาว 3 ซม. ได้ 25 อัน

จะได้ ปริมาตรของที่ทับกระดาษรูปกรวยแต่ละอัน

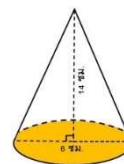
$$= \frac{3,300}{25} = 132 \text{ ลบ.ชม.}$$

เนื่องจาก ปริมาตรของกรวย 1 อัน $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

จะได้ $132 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3^2 \times h$; $h \approx 14$

ดังนั้น ที่ทั้บกระดาชรูปกรวยแต่ละอันจะมีรัศมีของฐาน

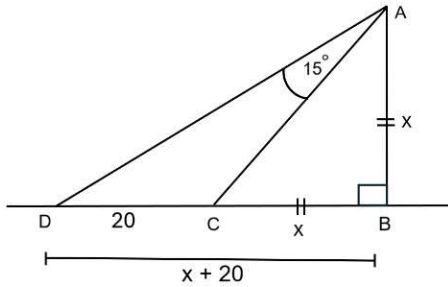
3 ซม. และสูง 14 ซม. ดังรูป



เนื่องจาก ต้องการทำกล่องทรง □ มุมฉากสำหรับบรรจุ
ที่ทับกระดาษรูปกรวยนี้ให้มีความยาวฐาน
ของกล่องมากกว่าความยาวของเส้นผ่าน-
ศูนย์กลางของฐานของกรวย และมีความสูง
ของกล่องมากกว่าความสูงของกรวย 1 ซม.

ดังนั้น กล่องทรง □ มุมฉากนี้ต้องมีฐานเป็นรูป □ จัตุรัส
ยาวด้านละ $6+1=7$ เซนติเมตร
และสูง $14+1=15$ เซนติเมตร

47. ตอบข้อ 3) $10(\sqrt{3}+1)$ ฟุต



ให้ $\overline{AB}$ แทนความสูงของเสาธง x ฟุต

$\overline{CB}$ แทนความยาวของเงาของเสาธง ยาว x ฟุต

$\overline{BD}$ แทนความยาวของเงาของเสาธง ยาว $x+20$ ฟุต

$$\text{จากรูป } \triangle ABC ; \hat{CAB} = \frac{180-90}{2} = 45^\circ$$

จากรูป $\triangle ABD$;

$$\begin{aligned} \hat{BAD} &= \hat{BAC} + \hat{CAD} \\ &= 45 + 15 = 60^\circ \end{aligned}$$

$$\cot 60^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{x+20}$$

$$3x = \sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$$

$$(3-\sqrt{3})x = 20\sqrt{3}$$

$$x = \frac{20\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$$

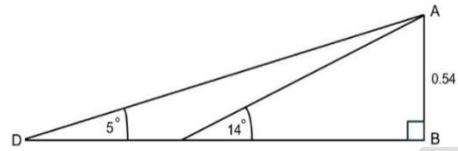
$$= \frac{20\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} \times \frac{3+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{60\sqrt{3}+60}{9-3} = \frac{60(\sqrt{3}+1)}{6}$$

$$= 10(\sqrt{3}+1)$$

$$\text{ดังนั้น เสาธงสูง} = 10(\sqrt{3}+1) \text{ ฟุต}$$

48. ตอบข้อ 1) 3.84 เมตร



ให้จุด C เป็นจุดเริ่มต้นของทางลาดเดิม

จุด D เป็นจุดเริ่มต้นของทางลาดใหม่

$$\text{เนื่องจาก } \tan 14^\circ = \frac{0.54}{BC}$$

$$\text{จะได้ } 0.25 \approx \frac{0.54}{BC}$$

$$\text{ดังนั้น } BC \approx 2.16 \text{ เมตร}$$

$$\text{เนื่องจาก } \tan 5^\circ = \frac{0.54}{BD}$$

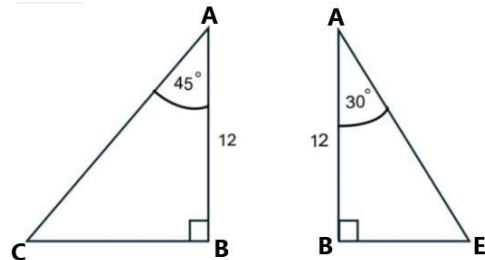
$$\text{จะได้ } 0.09 \approx \frac{0.54}{BD}$$

$$\text{ดังนั้น } BD \approx 6 \text{ เมตร}$$

นั่นคือ ห่างจะต้องทำทางลาดใหม่ที่มีจุดเริ่มต้น

ห่างจากจุดเริ่มต้นเดิมประมาณ $6-2.16 \approx 3.84$ เมตร

49. ตอบข้อ 4) 94.44 ฟุต



จากรูป $\triangle ABC$;

$$\tan 45^\circ = \frac{BC}{AB}$$

$$1 = \frac{BC}{12}$$

$$BC = 12$$

$$\sec 45^\circ = \frac{AC}{AB}$$

$$\sqrt{2} = \frac{AC}{12}$$

