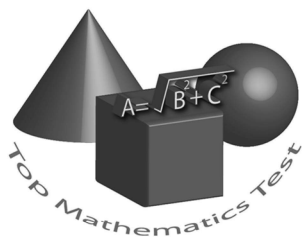


ม.4



โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาคเรียนที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2567

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์

ครั้งที่ 45

สอบวันเสาร์ที่ 25 มกราคม 2568 เวลา 08.00 – 10.00 น.

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 4

เลขประจำตัวสอบ ชื่อ – สกุล ห้องเรียน เลขที่

การระบายที่ถูกต้อง

9	0	1	0	4	2
0	●	0	●	0	0
1	1	●	1	1	1
2	2	2	2	2	●
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	●	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

การระบายที่ไม่ถูกต้อง

9	0	1	0	4	2
0	●	0	●	0	0
1	1	●	1	1	1
2	2	2	2	2	●
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	●	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

คำเตือน

ผู้ที่ระบายรหัสประจำตัวผู้เข้าสอบไม่ถูกต้อง
ระบบจะไม่ตรวจกระดาษคำตอบของท่าน

คำชี้แจงในการทำข้อสอบ

- ข้อสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 7 หน้า
มีจำนวนข้อทั้งหมด 50 ข้อ คะแนนเต็ม 150 คะแนน
แบ่งตามเนื้อหาสาระ ดังนี้
- ข้อที่ 1 – 20 : พื้นฐานและความเข้าใจ 40 คะแนน
- ข้อที่ 21 – 40 : การวิเคราะห์/การประยุกต์ใช้ 60 คะแนน
- ข้อที่ 41 – 50 : การสังเคราะห์/ประเมินค่า 50 คะแนน
- ในแต่ละข้อให้เลือกระบายคำตอบที่คิดว่าถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว
ลงในกระดาษคำตอบด้วยดินสอดำ (2B ขึ้นไป)
- หากพบว่าข้อใดไม่มีคำตอบที่ถูกต้องให้ระบายตัวเลือกที่ 5
- หากพบว่ามีทุจริตในการสอบจะตัดสิทธิ์ออกจากการสอบทันที



บริษัท ท็อป เทสต์ เซ็นเตอร์ จำกัด

www.toptestcenter.com

175 หมู่ 8 ถ.รามคำแหง 2 แขวงดงดอกไม้ เขตประเวศ กทม. 10250 โทรศัพท์ 0-2739-9130 โทรสาร 0-2720-9744

โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ สังคมศึกษา

คณิตศาสตร์ 1 วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ 2

ข้อที่ 1 – 20 ข้อละ 2 คะแนน

- ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่าง และ A, B, C เป็นเหตุการณ์โดยที่ $A \cup B \cup C = S$ และ $A \cap B = A \cap C = B \cap C = \emptyset$ ถ้า $P(A \cup B) = 0.7$ และ $P(B \cup C) = 0.5$ แล้ว $P(A' \cap C')$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - 0.1
 - 0.2
 - 0.3
 - 0.4
- นักเรียน 4 ห้อง ส่งผู้แทนห้องเป็นหญิง 1 คน ชาย 1 คน เพื่อแข่งขันเป็นกรรมการนักเรียน ถ้าต้องการเลือกกรรมการ 4 คน ความน่าจะเป็นที่กรรมการจะเป็นหญิง 2 คน ชาย 2 คน โดยที่ชายและหญิงอย่างน้อย 1 คู่ มาจากห้องเดียวกัน มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - $\frac{12}{35}$
 - $\frac{15}{35}$
 - $\frac{18}{35}$
 - $\frac{32}{35}$
- ให้ S เป็นเซตของจุด 10 จุดบนวงกลมวงหนึ่ง ซึ่งมีสมบัติดังนี้ เมื่อลากเส้นตรงเชื่อมระหว่าง 2 จุดใด ๆ ใน S จะมีเพียง 3 เส้นเท่านั้นที่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนี้ ถ้าสร้างรูปสามเหลี่ยมโดยเลือกจุด 3 จุด ใน S มาเป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ความน่าจะเป็นที่จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - 0.1
 - 0.2
 - 0.3
 - 0.4
- ให้ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ และ $P(A)$ คือเพาเวอร์เซตของ A ถ้า r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไปยัง $P(A)$ กำหนดโดย

$$r = \{(a, B) | a \geq 2, a \notin B \text{ และ } a + 1 \notin B\}$$
 แล้ว r มีจำนวนสมาชิกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - 14
 - 13
 - 12
 - 11

- กำหนดให้ $A = \{a, b, c\}$ และ $B = \{0, 1\}$ ฟังก์ชันในข้อใดต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันจาก B ไป A
 - $\{(a, 1), (b, 0), (c, 1)\}$
 - $\{(0, b), (1, a), (1, c)\}$
 - $\{(b, 1), (c, 0)\}$
 - $\{(0, c), (1, b)\}$
- กำหนดให้ $f(x, y) = x + y$ และ $g(x, y) = y - x$ ค่าของ $f(g(2, 3), f(3, 2))$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - $f(1)+g(4)$
 - $f(2)+g(3)$
 - 6
 - 5
- ข้อความใดต่อไปนี้เป็นเท็จ
 - ถ้า f เป็นฟังก์ชัน และ $b = f(a)$ แล้วจะสรุปได้ว่า (a, b) เป็นสมาชิกของเซต f
 - ถ้า f เป็นฟังก์ชัน และ f^{-1} เป็นฟังก์ชันผกผันของ f โดยมี $f^{-1}(c) = d$ แล้วจะสรุปได้ว่า $f(d) = c$
 - ถ้า g เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B แล้ว g^{-1} จะเป็นฟังก์ชันจาก B ไปทั่วถึง A
 - ถ้า h เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B แล้ว h จะเป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B
- ฟังก์ชัน f ในข้อใดต่อไปนี้มีสมบัติว่า $f \circ f = f$
 - $f = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 5), (5, 4)\}$
 - $f = \{(1, 3), (2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 1)\}$
 - $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 3), (4, 4), (5, 2)\}$
 - $f = \{(1, 5), (2, 3), (3, 3), (4, 5), (5, 5)\}$
- ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันจากเซตของจำนวนจริง R ไปยัง R ถ้า $f(x) = x^3 + 1$ และ $(f \circ g)(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ แล้วค่าของ $(g \circ f^{-1})(-7)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - 1
 - 2
 - 1
 - 3
- ค่าของ x ที่สอดคล้องกับสมการ

$$\frac{2}{\sqrt{x+6}-\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x-6}+\sqrt{x}} = \sqrt{x-6}$$
 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - 10
 - 12
 - 14
 - 16

11. $\log_3 \frac{3+3\sqrt{\sqrt{27}}}{(\sqrt{3}+5\sqrt{\sqrt{3}+6})}$

มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{3}{4} - \log_3(3^{\frac{1}{4}} + 2)$

2) $\frac{1}{4} - \log_3(3^{\frac{1}{2}} + 2)$

3) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \log_3 19$

4) $\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \log_3 19$

12. กำหนดให้ $a > b > 1, a^x > b^x$ และ $a^y < b^y$ ข้อสรุปใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

1) $y - x < 0$ 2) $xy < 0$

3) $\log_a xy < 0$ 4) $a^{xy} > 0$

13. ค่าของ $25^{\frac{1}{\log_3 5}} + 9^{\log_{27} 64} + 2^{\frac{4}{\log_3 16}}$

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 25 2) 26

3) 27 4) 28

14. ข้อใดเป็นคำตอบของ

$5^{2(1-\log_5 2)} + 3^{-\log_3 2}$

1) $\frac{13}{2}$ 2) $\frac{27}{4}$

3) $\frac{29}{4}$ 4) $\frac{15}{2}$

15. กำหนดให้ $\log_3 5 = 1.4651$

จงหาว่า $\log_{27} 15$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 0.6136 2) 0.6163

3) 0.8217 4) 0.8271

16. ถ้า $(11 - 2\sqrt{30})^{\frac{x}{2}} = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ แล้วค่า

ของ x อยู่ในช่วงในข้อใดต่อไปนี้

1) $(-2, -1]$ 2) $(-1, 0]$

3) $(0, 1]$ 4) $(1, 2]$

17. ข้อใดต่อไปนี้ผิด

1) เส้นตรง $y = 3x + 2$ ขนานกับ

เส้นตรง $3x - y - 4 = 0$

2) เส้นตรง $y + 5x + 8 = 0$ ตั้งฉากกับ

เส้นตรง $5y = x + 3$

3) ระยะห่างระหว่างจุด $(0, 0)$ กับเส้นตรง $3x + 4y - 10 = 0$ เท่ากับ 2

4) ระยะห่างระหว่างเส้นตรง $x - 2y + 5 = 0$ กับเส้นตรง $x - 2y - 5 = 0$ เท่ากับ 2

18. ให้เส้นตรง ℓ_1 ผ่านจุด $(5, 2)$ และ $(1, -6)$ เส้นตรง ℓ_2 ผ่านจุด $(3, -1)$ และมีความชัน -1 ถ้า (a, b) เป็นจุดตัดของเส้นตรงทั้งสอง แล้ว $a + b$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) -2 2) -1

3) 1 4) 2

19. รูปวงกลม A มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(5, 3)$ และสัมผัสกับเส้นตรง $3x - 4y + 12 = 0$ สมการของรูปวงกลม A คือข้อใดต่อไปนี้

1) $2x^2 + 2y^2 - 20x - 12y + 50 = 0$

2) $3x^2 + 3y^2 - 30x - 18y + 27 = 0$

3) $4x^2 + 4y^2 - 40x - 24y + 39 = 0$

4) $5x^2 + 5y^2 - 30x - 25y + 45 = 0$

20. ให้ C เป็นวงกลม

$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$

มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) และมีรัศมี r

สมการพาราโบลา ซึ่งมี (h, k) เป็นจุดยอดและ

$x = r$ เป็นสมการไทรแอกทริกซ์ คือข้อใดต่อไปนี้

1) $y^2 - 4y + 20x - 16 = 0$

2) $y^2 + 4y - 16x - 12 = 0$

3) $y^2 - 4y + 16x - 12 = 0$

4) $y^2 - 4y + 16x - 14 = 0$

30. ให้ I เป็นเซตของจำนวนเต็ม ถ้า f และ g

เป็นฟังก์ชันซึ่งกำหนดโดย $f(x) = 2x$

และ $g(x) = x - 1$ ทุก $x \in I$ แล้วเรนจ์

ของ $(f \circ g) + f$ คือเซตในข้อใดต่อไปนี้

1) $\{x \in I \mid \frac{x}{2} \text{ เป็นจำนวนเต็มคี่} \}$

2) $\{x \in I \mid \frac{x}{2} \text{ เป็นจำนวนเต็มคู่} \}$

3) เซตของจำนวนเต็มคี่ทั้งหมด

4) เซตของจำนวนเต็มคู่ทั้งหมด

31. ถ้า a และ b เป็นคำตอบของสมการ

$$2 \cdot 6^x - 6 \cdot 2^x - 3^x + 3 = 0$$

แล้วค่า y จากสมการ $\log|a - b| + (|a - b| \cdot \log y) = 1$ อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1) (0,1) 2) (1, 2)

3) (2, 3) 4) (3, 4)

32. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้า x, y เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่ง

$$5^x + 2^y = 33 \text{ แล้ว } 2^x + 5^y = 129$$

ข. ถ้า $2^x + 4^x = \frac{7}{2}$ แล้ว $x \geq \frac{1}{2}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1) ก. ถูก และ ข. ถูก 2) ก. ถูก และ ข. ผิด

3) ก. ผิด และ ข. ถูก 4) ก. ผิด และ ข. ผิด

33. กำหนดให้ $28(3^x) - y = 9$

$$\text{และ } 2x - \log_3 y = -1$$

ผลบวกของค่า x ทุกค่าที่หาได้จากสมการข้างต้นเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 3 2) 2

3) 1 4) -1

34. ผลบวกของรากทุกตัวของสมการ

$$x^{(\log^2 x - 1)} = (10x)^6$$

มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 999.11

2) 1000.11

3) 1111.11

4) 2000.11

35. ถ้า $A = \{x \mid a < x < b\}$

เป็นเซตคำตอบของสมการ

$$\log_2(2x - 1) - \log_4 \left(x^2 + \frac{1}{2} \right) < \frac{1}{2}$$

แล้ว $a + b$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 1.5

2) 2.5

3) 3.5

4) 4.5

36. กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริง

$$\text{และ } A(a, 1), B(-5, -4), C(1, -2)$$

และ $D(2, 3)$ เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยม

ด้านขนาน ABCD ถ้า ℓ เป็นเส้นตรงที่ตั้งฉากกับ

AC และผ่านจุดกึ่งกลางของด้าน AC แล้วสมการ

ของเส้นตรง ℓ คือสมการในข้อใดต่อไปนี้

1) $5x - 3y + 6 = 0$

2) $5x - 3y - 6 = 0$

3) $5x + 3y + 9 = 0$

4) $5x + 3y - 9 = 0$

37. ถ้าเส้นตรง $3x + 4y + 9 = 0$ และ

$$4x - 3y - 1 = 0$$

ต่างก็เป็นเส้นสัมผัส

ของวงกลม C และพบว่าเส้นตรง

$$7x + y - 20 = 0$$

เป็นเส้นตรงที่ลากผ่านจุด

ศูนย์กลางของวงกลม C แล้วความยาวเส้นผ่าน

จุดศูนย์กลางของวงกลม C เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 2.4 หน่วย

2) 3.2 หน่วย

3) 5.6 หน่วย

4) 7.2 หน่วย

38. ให้ L_1 เป็นเส้นตรง $2x - 3y - 6 = 0$ ที่ตัดแกน X และ แกน Y ที่จุด A และ B ตามลำดับ ถ้า C เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง AB และ L_2 เป็นเส้นตรงที่ตั้งฉากกับ L_1 ที่จุด C และตัดแกน X ที่จุด D แล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ACD เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1) $\frac{13}{8}$ ตารางหน่วย 2) $\frac{13}{12}$ ตารางหน่วย
3) $\frac{13}{6}$ ตารางหน่วย 4) $\frac{13}{4}$ ตารางหน่วย

39. กำหนดให้เส้นตรง ℓ ผ่านจุดโฟกัสของพาราโบลา $y^2 - 4x - 4y = 28$ และจุด $(-3, 2)$ ถ้าเส้นตรง ℓ ตัดเส้นโค้ง $y = x^2 + 1$ ที่จุด P และ Q แล้ว $\overline{PQ}$ ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 0.5 หน่วย 2) 1 หน่วย
3) 2 หน่วย 4) 4 หน่วย

40. ให้ P เป็นพาราโบลาซึ่งมีจุด $(1, 3)$ เป็นจุดโฟกัส และเส้นตรง $x = -5$ เป็นไดเรกทริกซ์ถ้าเส้นตรงซึ่งลากผ่านจุดโฟกัสขนานกับไดเรกทริกซ์ ไปตัด P ที่จุด A และจุด B แล้ว สมการของวงกลมที่มี AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางคือข้อใดต่อไปนี้

1) $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 39 = 0$
2) $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 26 = 0$
3) $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$
4) $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 6 = 0$

ข้อที่ 41 - 50 ข้อละ 5 คะแนน

41. จากเลขโดด 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 และ 7 นำมาประกอบเป็นจำนวนที่มี 4 หลัก ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจำนวนของเลข 4 หลัก ซึ่งต้องประกอบด้วยตัวเลข 0 อยู่หนึ่งหลัก และผลรวมของเลขโดดทั้ง 4 หลักเท่ากับ 7

1) 27 2) 33
3) 36 4) 45

42. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. จำนวนวิธีในการจัดเด็ก 5 คน และผู้ใหญ่ 5 คน ถ่ายรูปหมู่ โดยให้เด็กยืนแถวหน้าและผู้ใหญ่ยืนแถวหลังเท่ากับ 5! 5!

ข. จำนวนวิธีในการจัดชาย 6 คน หญิง 6 คน นั่งโต๊ะกลม 2 โต๊ะที่ต่างกัน ซึ่งมีโต๊ะละ 6 ที่นั่ง โดยที่ชายและหญิงนั่งแยกโต๊ะกัน เท่ากับ 5! 5!

- 1) ก ถูก และ ข ถูก 2) ก ถูก และ ข ผิด
3) ก ผิด และ ข ถูก 4) ก ผิด และ ข ผิด

43. ครอบครัวหนึ่งมีพ่อ แม่ ลูกสาว 3 คน ลูกชาย 5 คน รวม 10 คน ถ้าครอบครัวนี้ไปนั่งรับประทานอาหารร่วมกันรอบโต๊ะกลม โดยให้พ่อกับแม่นั่งติดกันเสมอ และลูกสาว 3 คน ต้องนั่งแยกกันทุกคน แล้วจำนวนวิธีการนั่งรอบโต๊ะกลมทั้งหมดของครอบครัวนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1) 4,800 2) 14,400
3) 28,800 4) 172,800

44. ถ้า $r = \{(x, y) | y \leq x^2 \text{ และ } y \geq 2x\}$ แล้วเรนจ์ของ r^{-1} คือเซตในข้อใดต่อไปนี้

- 1) $[0, 2]$
2) $[0, 4]$
3) $(-\infty, 0] \cup [2, \infty)$
4) $(-\infty, 0] \cup [4, \infty)$

45. กำหนดให้

$$f = \{(x, y) | y = \log(x+1) + \log(x+2) - \log(4-x^2)\}$$

$$\text{และ } g = \{(x, y) | y = 2^{x-1} \text{ และ } x \geq 0\}$$

ถ้า D_f = โดเมนของ f และ R_g = เรนจ์ของ g แล้ว $D_f \cap R_g$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้

- 1) $[0, 1.5)$ 2) $[0.5, 2.5)$
3) $[1, 3)$ 4) $[1.5, 4)$

46. ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่มีมากกว่า 1 และ c เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 1 ซึ่งมีความสัมพันธ์กันตามสมการ

$$2(\log_a c + \log_b c) = 9 \log_{ab} c$$

ค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ $\log_a b$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1) $\sqrt{2}$ 2) $\sqrt{3}$
3) 2 4) $\sqrt{6}$

47. กำหนดให้ S เป็นเซตคำตอบของสมการ

$$\log_x \left(\frac{x+3}{x-1} \right) \geq 1$$

$$\text{และ } T = \{\log_{\sqrt{3}} x | x \in S\}$$

T เป็นสับเซตของช่วงใดต่อไปนี้

- 1) $\left[\frac{1}{3}, \frac{7}{3} \right]$ 2) $\left[\frac{1}{2}, \frac{5}{2} \right]$
3) $[1, 3]$ 4) $[0, 2]$

48. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีพื้นที่ 8 ตารางหน่วย มีจุด $(3, 4)$ เป็นจุดมุมของมุมซึ่งเป็นมุมฉาก และจุด $(1, 2)$ เป็นจุดมุมอีกจุดหนึ่ง แล้วพิกัดของจุดมุมที่เหลือตรงกับข้อใดต่อไปนี้

- 1) $(11, 0)$ 2) $(9, 0)$
3) $(8, 0)$ 4) $(7, 0)$

49. กำหนดให้ A และ B เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ถ้าเส้นตรง $\ell_1: 3x + Ay + 1 = 0$ สัมผัสวงกลม

C ซึ่งมีสมการ $x^2 + y^2 + Bx + 6y = 0$

ที่จุด $(1, 1)$ และเส้นตรง ℓ_2 สัมผัสวงกลม C

ที่จุด $(k, -k)$ เมื่อ $k > 0$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. เส้นตรง ℓ_2 ห่างจากจุดกำเนิดเป็นระยะทาง

9.8 หน่วย

ข. เส้นตรง ℓ_1 ไม่ตัดกับเส้นตรง ℓ_2

ข้อใดถูกต้อง

- 1) ก. ผิด ข. ผิด 2) ก. ถูก ข. ผิด
3) ก. ผิด ข. ถูก 4) ก. ถูก ข. ถูก

50. ให้ A และ B เป็นจุดยอดของไฮเพอร์โบลา

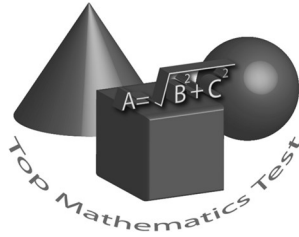
$$4x^2 - y^2 - 24x + 6y + 11 = 0$$

สมการของพาราโบลาที่มี AB เป็นเลตัสเรกตัม

และมีกราฟอยู่เหนือแกน X คือสมการในข้อใดต่อไปนี้

- 1) $(x - 2)^2 = 8(y - 1)$
2) $(x - 3)^2 = 8(y - 1)$
3) $(x - 2)^2 = 4(y - 2)$
4) $(x - 3)^2 = 4(y - 2)$

ม.4



โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ประจำปีการศึกษา 2567

เฉลยข้อสอบ : วิชาคณิตศาสตร์

ครั้งที่ 45

สอบเมื่อวันเสาร์ที่ 25 มกราคม 2568 เวลา 8.00 – 10.00 น.

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 4

TOP MATHEMATICS TEST

ดูประกาศผลสอบได้ที่ www.toptestcenter.com ในหัวข้อ ประกาศผลสอบ

การจัดอันดับและการมอบรางวัล แบ่งออกเป็น

ระดับประเทศ

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 – 3 ได้รับเหรียญรางวัลพร้อมทุนการศึกษา

ระดับภาค

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 ของแต่ละภาค ได้รับใบเกียรติบัตรพร้อมทุนการศึกษา

ระดับจังหวัด

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 ของแต่ละจังหวัด ได้รับใบเกียรติบัตร

การประกาศผลสอบรายบุคคล จะแสดงคะแนนที่ได้ในแต่ละส่วนและคะแนนรวม
พร้อมทั้งสรุปอันดับที่ได้ของนักเรียนแต่ละคนในระดับจังหวัด, ภาค และประเทศ



บริษัท ท็อป เทสต์ เซ็นเตอร์ จำกัด

www.toptestcenter.com

175 หมู่ 8 ถ.รามคำแหง 2 แขวงดอกไม้อื่น เขตประเวศ กทม. 10250 โทรศัพท์ 0-2739-9130 โทรสาร 0-2720-9744

โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ สังคมศึกษา

คณิตศาสตร์ 1 วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ 2

1. ตอบข้อ 2) 0.2

จาก $A \cap B = A \cap C = B \cap C = \emptyset$ แสดงว่า A, B และ C เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกันเลย และ $A \cup B \cup C = S$ จึงแสดงได้ ดังรูป

A	B	C
$0.7 - x$	x	$0.5 - x$

จะได้ $P(A) = 0.7 - x$

จะได้ $P(C) = 0.5 - x$

จากรูป $P(A) + P(B) + P(C) = P(S)$

$$(0.7 - x) + x + (0.5 - x) = 1$$

$x = 0.2$ นั่นคือ $P(B) = 0.2$

ดังนั้น $P(A' \cap C') = P((A \cup C)') = P(B) = 0.2$

2. ตอบข้อ 2) $\frac{15}{35}$

ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการเลือกกรรมการ 4 คน จากนักเรียน 4 ห้องซึ่งแต่ละห้องส่งผู้แทนห้องเป็นหญิง 1 คน และชาย 1 คน เพื่อแข่งขันเป็นกรรมการนักเรียน

$$\therefore n(S) = \binom{8}{4} = \frac{8!}{4!4!} = 70$$

พิจารณาเป็น 2 กรณี ได้แก่

กรณีที่ 1 ได้กรรมการชายและหญิง 2 คู่ มาจากห้องเดียวกัน ได้ 6 วิธี

กรณีที่ 2 ได้กรรมการชายและหญิง 1 คู่ มาจากห้องเดียวกัน ส่วนชายและหญิงอีก 1 คู่ มาจากคนละห้องกัน จะได้ 24 วิธี

จากทั้ง 2 กรณีข้างต้น จะได้ $n(E) = 6 + 24 = 30$ วิธี

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E คือ

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{30}{70} = \frac{15}{35}$$

3. ตอบข้อ 2) 0.2

พิจารณาจากการสร้างรูปสามเหลี่ยม โดยเลือกจุด 3 จุด ใด ๆ จาก 10 จุด บนวงกลมวงหนึ่ง จะได้จำนวนสมาชิกในปริภูมิตัวอย่าง $= \binom{10}{3} = 120$

พิจารณาจากการสร้างรูปสามเหลี่ยมดังกล่าวให้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งจะต้องมีด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม จึงมีขั้นตอนการพิจารณาดังนี้

ขั้นแรก เลือกเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม ซึ่งมีสามเส้น มาสร้างเป็นด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมได้สามวิธี

ขั้นที่สอง แต่ละวิธีในขั้นที่ 1 เลือกอีก 1 จุด จาก 8 จุด ที่เหลือนบนวงกลมได้ = 8 วิธี
จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์นี้ $3 \times 8 = 24$
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นี้ $= \frac{24}{120} = \frac{1}{5} = 0.2$

4. ตอบข้อ 3) 12

จาก $A = \{0, 1, 2, 3\}$ และ r เป็นความสัมพันธ์จาก A

ไป $P(A)$ นั่นคือ $r \subset A \times P(A)$ กำหนดโดย

$$r = \{(a, B) \mid a \geq 2, a \notin B \text{ และ } a + 1 \notin B\}$$

$$= \{(2, \emptyset), (2, \{0\}), (2, \{1\}), (2, \{0, 1\}), (3, \emptyset), (3, \{0\}), (3, \{1\}), (3, \{2\}), (3, \{0, 1\}), (3, \{0, 2\}), (3, \{1, 2\}), (3, \{0, 1, 2\})\}$$

ดังนั้น r มีจำนวนสมาชิก 12 สมาชิก

5. ตอบข้อ 4) $\{(0, c), (1, b)\}$

จากความรู้ที่ว่า ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกตัวหน้าในแต่ละคู่อันดับไม่ซ้ำกัน แต่ถ้าสมาชิกตัวหน้าซ้ำกัน แล้วสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับต้องเป็นตัวเดียวกัน ทำให้ข้อ 2 ผิด ฟังก์ชัน B ไป A คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเท่ากับเซต B และมีเรนจ์เป็นสับเซตของเซต A

จึงพิจารณาตัวเลือกข้อ 1, 3 และ 4 ดังนี้

ข้อ 1 ผิด เพราะ $D_f = \{a, b, c\} = A$ และ $R_f = \{0, 1\} = B$

ข้อ 3 ผิด เพราะ $D_f = \{b, c\} \subset A$ และ $R_f = \{0, 1\} = B$

ข้อ 4 ถูก เพราะ $D_f = \{0, 1\} = B$ และ $R_f = \{b, c\} \subset A$

6. ตอบข้อ 3) 6

จาก $f(x, y) = x + y$ จะได้ $f(3, 2) = 3 + 2 = 5$

และจาก $g(x, y) = y - x$ จะได้ $g(2, 3) = 3 - 2 = 1$

ดังนั้น $f(g(2, 3), f(3, 2)) = f(1, 5) = 1 + 5 = 6$

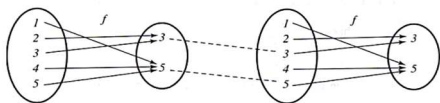
7. ตอบข้อ 3) ถ้า g เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B แล้ว...

พิจารณาตัวเลือกข้อ 3 เท็จ เช่น $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5\}$ และ $g = \{(1, 4), (2, 5), (3, 5)\}$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B จะได้ $g^{-1} = \{(4, 1), (5, 2), (5, 3)\}$ ซึ่งพบว่าไม่เป็นฟังก์ชัน ดังนั้น ถ้า g เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B แล้ว ไม่จำเป็นที่ g^{-1} จะเป็นฟังก์ชันจาก B ไปทั่วถึง A

8. ตอบข้อ 4) $f = \{(1, 5), (2, 3), (3, 3), (4, 5), (5, 5)\}$

พิจารณาตัวเลือกที่ถูก

ข้อ 4 ถูก เพราะจาก $f = \{(1, 5), (2, 3), (3, 3), (4, 5), (5, 5)\}$ เป็นแผนภาพเพื่อหา $f \circ f$ ดังนี้



จะได้ $f \circ f = \{(1, 5), (2, 3), (3, 3), (4, 5), (5, 5)\}$

นั่นคือ $f \circ f = f$

9. ตอบข้อ 1) -1

จาก $f(x) = x^3 + 1$

จะได้ $f(g(x)) = [g(x)]^3 + 1$ (1)

โจทย์กำหนด $(f \circ g)(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$

จะได้ $f(g(x)) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ (2)

จาก (1) = (2) ; $[g(x)]^3 + 1 = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$

$[g(x)]^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x + 1)^3$
 $\therefore g(x) = x + 1$

และจาก $f(x) = x^3 + 1$

จะได้ $f^{-1}(x^3 + 1) = x$

แทน $x = -2$

จะได้ $f^{-1}((-2)^3 + 1) = -2 \therefore f^{-1}(-7) = -2$

ดังนั้น ค่าของ $(g \circ f^{-1})(-7) = g(f^{-1}(-7))$
 $= g(-2) = (-2) + 1 = -1$

10. ตอบข้อ 1) 10

จากสมการ $\frac{2}{\sqrt{x+6}-\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x-6}+\sqrt{x}} = \sqrt{x-6}$ (1)

จะได้

$\left(\frac{2}{\sqrt{x+6}-\sqrt{x}}\right)\left(\frac{\sqrt{x+6}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+6}+\sqrt{x}}\right) - \left(\frac{2}{\sqrt{x-6}+\sqrt{x}}\right)\left(\frac{\sqrt{x-6}-\sqrt{x}}{\sqrt{x-6}-\sqrt{x}}\right) = \sqrt{x-6}$
 $\sqrt{x+6} = 2\sqrt{x-6}$

ยกกำลังสองทั้ง 2 ข้าง จะได้ $30 = 3x$, $x = 10$

ตรวจคำตอบโดยการแทนค่า $x = 10$ ใน (1)

พบว่าทำให้สมการเป็นจริง ดังนั้น ค่า x ที่สอดคล้องกับ

สมการ (1) เท่ากับ 10

11. ตอบข้อ 1) $\frac{3}{4} - \log_3\left(3^{\frac{1}{4}} + 2\right)$

จาก $3 + 3\sqrt{\sqrt{27}} = 3^{\frac{3}{4}}(3^{\frac{1}{4}} + 3)$ (1)

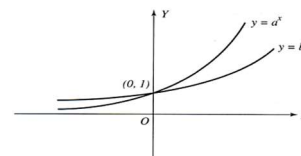
และ $\sqrt{3} + 5\sqrt{\sqrt{3}} + 6 = (3^{\frac{1}{4}} + 2)(3^{\frac{1}{4}} + 3)$ (2)

จาก (1) และ (2) จะได้

$\log_3 \frac{3 + 3\sqrt{\sqrt{27}}}{(\sqrt{3} + 5\sqrt{\sqrt{3}} + 6)} = \frac{3}{4} - \log_3(3^{\frac{1}{4}} + 2)$

12. ตอบข้อ 3) $\log_a xy < 0$

จาก $a > b > 1$ จะได้ว่า กราฟของ $y = a^x$ และ $y = b^x$ มีลักษณะเป็นฟังก์ชันเพิ่มดังรูป



เมื่อพิจารณาจากกราฟ จะได้ว่า $a^x > b^x$ ก็ต่อเมื่อ

$x > 0$ และ $a^y < b^y$ ก็ต่อเมื่อ $y < 0$ พิจารณาตัวเลือก

แต่ละข้อ ดังนี้

ข้อ 3 ผิด เพราะจากตัวเลือกข้อ 2 พบว่า $xy < 0$

ทำให้ $\log_a xy$ หาค่าไม่ได้

ดังนั้น ข้อสรุปที่ว่า $\log_a xy < 0$ เป็นเท็จ

13. ตอบข้อ 4) 28

พิจารณา $25^{\frac{2}{\log_3 5}} = 25^{\frac{1}{\log_5 3}} = 3^{\log_5 25} = 3^2 = 9$

$9^{\log_{27} 64} = 64^{\log_{27} 9} = 64^{\log_3 3^2} = 64^{\frac{2}{\log_3 3}} = 64^{\frac{2}{1}} = 64^2 = 4096$

$2^{\frac{4}{\log_3 16}} = 2^{4 \log_{16} 3} = (2^4)^{\log_{16} 3} = 16^{\log_{16} 3} = 3$

ดังนั้น $25^{\frac{2}{\log_3 5}} + 9^{\log_{27} 64} + 2^{\frac{4}{\log_3 16}} = 9 + 16 + 3 = 28$

14. ตอบข้อ 2) $\frac{27}{4}$

$5^{2(1-\log_5 2)} + 3^{-\log_3 2} = 5^{2-2\log_5 2} + \frac{1}{3^{\log_3 2}}$

$= \frac{5^2}{5^{2\log_5 2}} + \frac{1}{2}$

$= \frac{25}{5^{\log_5 2^2}} + \frac{1}{2} = \frac{25}{2^2} + \frac{1}{2}$

$= \frac{25}{4} + \frac{1}{4} = \frac{26}{4} = \frac{13}{2}$

15. ตอบข้อ 3) 0.8217

$$\begin{aligned}\log_3 15 &= \frac{1}{3} \log_3 15 \\ &= \frac{1}{3} \log_3 (3 \times 5) = \frac{1}{3} (\log_3 3 + \log_3 5) \\ &= \frac{1}{3} (1 + 1.4651) \\ &= \frac{1}{3} (2.4651) = 0.8217\end{aligned}$$

16. ตอบข้อ 1) (-2, -1]

จากสมการ $(11 - 2\sqrt{30})^{\frac{x}{2}} = \sqrt{6} + \sqrt{5}$
จัดรูปเป็น

$$(6 + 5 - 2\sqrt{6 \cdot 5})^{\frac{x}{2}} = (\sqrt{6} + \sqrt{5}) \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{\sqrt{6} - \sqrt{5}} \right)$$

$$[(\sqrt{6} - \sqrt{5})^2]^{\frac{x}{2}} = (\sqrt{6} - \sqrt{5})^{-1}$$

$$\therefore x = -1$$

ดังนั้น ค่าของ $x = -1$ อยู่ในช่วง $(-2, -1]$

17. ตอบข้อ 4) ระยะห่างระหว่างเส้นตรง $x - 2y - 5 = 0$...

ข้อ 4 ผิด เพราะว่า ให้ d เป็นระยะห่างระหว่างเส้นตรง
 $x - 2y + 5 = 0$ กับเส้นตรง $x - 2y - 5 = 0$ ซึ่งเป็น
เส้นตรงที่ขนานกัน ดังนั้น

$$d = \frac{|5 - (-5)|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \neq 2$$

18. ตอบข้อ 4) 2

เนื่องจาก (a, b) เป็นจุดตัดของเส้นตรงทั้งสอง

แสดงว่า (a, b) อยู่

บนเส้นตรง l_2 จำทำให้ (a, b) สอดคล้องกับสมการ
เส้นตรง l_2

$$\text{คือ } x + y - 2 = 0 \text{ จะได้ว่า } a + b - 2 = 0$$

$$\text{ดังนั้น } a + b = 2$$

19. ตอบข้อ 1) $2x^2 + 2y^2 - 20x - 12y + 50 = 0$

จากวงกลม A มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(5, 3)$

$$\text{และสัมผัสกับเส้นตรง } 3x - 4y + 12 = 0$$

จะได้ว่า รัศมีของวงกลม A เท่ากับระยะห่างระหว่างจุด

$(5, 3)$ กับเส้นตรง $3x - 4y + 12 = 0$ นั่นคือรัศมีของวงกลม A

$$\begin{aligned}A &= \frac{|3(5) - 4(3) + 12|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} \\ &= \frac{|15 - 12 + 12|}{5} = \frac{15}{5} = 3\end{aligned}$$

จากสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)

$$\text{และรัศมียาว } r \text{ หน่วย คือ } (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

ดังนั้น สมการของวงกลม A ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด

$(5, 3)$ และรัศมียาว 3 หน่วยคือ

$$(x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 3^2$$

$$2x^2 + 2y^2 - 20x - 12y + 50 = 0$$

20. ตอบข้อ 3) $y^2 - 4y + 16x - 12 = 0$

$$\text{จากสมการวงกลม } x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$$

$$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4) = 20 + 1 + 4$$

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5^2$$

แสดงว่าวงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุด $(h, k) = (1, 2)$

และมีรัศมี $r = 5$

จากโจทย์จะได้ว่าพาราโบลาที่มีจุดยอดที่ $(1, 2)$ และ $x = 5$

เป็นไดเรกทริกซ์

$$\text{จะได้สมการพาราโบลา คือ } (y - k)^2 = 4c(x - h)$$

$$\text{นั่นคือ } (y - 2)^2 = 4(-4)(x - 1)$$

$$\text{หรือ } y^2 - 4y + 16x - 12 = 0$$

21. ตอบข้อ 4) 48

ในการเขียนจำนวนที่มี 7 หลัก

โดยใช้เลขโดด 1, 2, 3, ..., 7

และให้มีเลขโดด 3, 4, 5 อยู่ติดกันตรงกลางระหว่าง

เลขโดดคู่ และเลขโดดคี่ โดยแต่ละจำนวนไม่มีเลขซ้ำ

แบ่งงานเป็นขั้นตอนดังนี้

ขั้นแรก ตัวเลขในกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 3 สามารถสลับที่
กันระหว่างกลุ่มได้ $2! = 2$ วิธี

ขั้นที่สอง แต่ละวิธีในขั้นแรก สามารถนำตัวเลขภายใน
แต่ละกลุ่ม สลับที่กันเองภายในกลุ่มเดียวกัน

ทำได้ $(2!)(3!)(2!) = 24$ วิธี

ดังนั้น จำนวนที่เขียนได้ทั้งหมดเท่ากับ $2 \times 24 = 48$ จำนวน

22. ตอบข้อ 1) $5(2^4)(4!)$

ในการจัดสามเณร 4 คู่ เลือกที่นั่งบนเก้าอี้แถวหนึ่ง

ซึ่งมี 9 ตัว โดยที่สามเณรแต่ละคู่ต้องนั่งติดกัน

ทำได้ดังนี้ จัดคนทั้งหมด นั่งบนเก้าอี้ 8 ตัว โดยที่สามเณร

และภรรยาแต่ละคู่ต้องนั่งติดกัน จึงมัดสามีและภรรยาแต่ละคู่เป็นกลุ่ม ดังรูป แล้วแบ่งงานเป็นขั้นตอน ดังนี้



ขั้นแรก จัดคนแต่ละกลุ่ม สลับที่กันระหว่างกลุ่มได้ $4!$ วิธี

ขั้นที่สอง จัดสามีและภรรยาแต่ละคู่ นั่งสลับที่กันเอง

ภายในกลุ่มเดียวกันได้ $(2!)(2!)(2!)(2!) = 2^4$ วิธี

ขั้นที่สาม นำเก้าอี้อีก 1 ตัว ที่ไม่มีคนนั่งไปวางแทรก

ในตำแหน่งที่มีเครื่องหมาย * ในรูปข้างต้น ทำได้ 5 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีจัดเรียงทั้งหมด $= (4!)(2^4)(5)$

$$= 5(2^4)(4!) \text{ วิธี}$$

23. ตอบข้อ 4) 88,200 วิธี

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ แบ่งงานเป็นขั้นตอนดังนี้

ขั้นแรก เลือกคนงานหญิง 3 คน จากหญิง 6 คน เข้าทำงาน

ชนิดที่หนึ่งทำได้ $\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!3!} = 20$ วิธี

ขั้นที่สอง แต่ละวิธีในขั้นแรก เลือกคนงานชาย 5 คน

จากชาย 9 คนเข้าทำงานชนิดที่สอง ทำได้

$$\binom{9}{5} = \frac{9!}{4!5!} = 126 \text{ วิธี}$$

ขั้นที่สาม แต่ละวิธีในขั้นแรก และขั้นที่สอง เลือกคนงาน

3 คน จากคนที่เหลือจากการเลือกคนเข้าทำงานชนิด

ที่หนึ่ง และงานชนิดที่สอง ซึ่งเหลือ 7 คน (หญิง 3 คน

และชาย 4 คน) ทำได้ $\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกคนงานให้ทำงานทั้งหมด

$$= 20 \times 126 \times 35 = 88,200 \text{ วิธี}$$

24. ตอบข้อ 1) 0.7

จากโจทย์ที่กำหนดว่า x เป็นตัวเลขที่สุ่มมาจาก

$\{2, 3, 8, 7\}$ และ y เป็นตัวเลขที่สุ่มมาจาก $\{1, 4, 5, 6, 9\}$

สังเกตว่า ค่ามากที่สุดของผลคูณ xy เท่ากับ $8 \times 9 = 72$

นั่นคือ ไม่มีโอกาสที่ค่าของผลคูณ xy จะมากกว่า 89

ได้เลย จึงได้ว่า ความน่าจะเป็นที่ผลคูณ xy เป็นเลขคู่

หรือมีค่ามากกว่า 89 เท่ากับความน่าจะเป็นที่ผลคูณ xy เป็นเลขคี่เท่านั้น

ให้ s แทนปริภูมิตัวอย่างของการหาค่าของผลคูณ xy ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

โดยที่ x และ y เป็นตัวเลขที่สุ่มมาจาก $\{2, 3, 8, 7\}$ และ

$\{1, 4, 5, 6, 9\}$ ตามลำดับ

$$\therefore n(S) = n(\{2, 3, 8, 7\}) \times n(\{1, 4, 5, 6, 9\})$$

$$= 4 \times 5 = 20$$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่ค่าของผลคูณ xy เป็นเลขคู่

และ E' แทนเหตุการณ์ที่ค่าของผลคูณ xy เป็นเลขคี่

$$\text{ซึ่ง } n(E') = n(\{3, 7\}) \times n(\{1, 5, 9\}) = 2 \times 3 = 6$$

$$\therefore n(E) = n(S) - n(E') = 20 - 6 = 14$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E คือ

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{14}{20} = 0.7$$

25. ตอบข้อ 2) $\frac{5}{9}$

ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการสุ่มหยิบบัตร 2 ใบ

พร้อมกันจากกล่องใบหนึ่งซึ่งมีบัตร 10 ใบ

$$\therefore n(S) = \binom{10}{2} = 45$$

ให้ E แทนเหตุการณ์ของการสุ่มหยิบบัตร 2 ใบ ดังกล่าว

แล้วได้บัตรที่มีหมายเลขบนบัตรทั้ง 2 ใบมีผลคูณมากกว่า

หรือเท่ากับศูนย์ ซึ่งแยกคิดเป็น 2 กรณี ได้แก่

กรณีที่ 1 หยิบบัตรที่มีหมายเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5

$$\text{ได้ } \binom{6}{2} = 15 \text{ วิธี}$$

กรณีที่ 2 หยิบบัตรที่มีหมายเลข -4, -3, -2, -1, 0

$$\text{ได้ } \binom{5}{2} = 10 \text{ วิธี}$$

จากทั้ง 2 กรณีข้างต้น จะได้ $n(E) = 15 + 10 = 25$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นี้

$$\text{คือ } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$$

26. ตอบข้อ 3) $\frac{7^4}{2^{28}}$

จาก $A = \{a, b, c, d\}$ และ $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

จะได้ $n(A) = 4$ และ $n(B) = 7$ นั่นคือ

$$n(A \times B) = n(A) \cdot n(B) = 4 \times 7 = 28$$

ถ้า $C \subset A \times B$ แล้วจะได้ จำนวนเซต C ทั้งหมดเท่ากับ

$$\text{จำนวนสับเซตทั้งหมดของ } A \times B = 2^{n(A \times B)} = 2^{28} \text{ วิธี}$$

พิจารณา C ซึ่งเป็นฟังก์ชันจาก A ไป B แสดงว่า C เป็น

ฟังก์ชันที่มีโดเมนเท่ากับเซต A และเรนจ์เป็นสับเซตของ

เซต B ดังนี้

$$C = \{(a, \underline{\quad}), (b, \underline{\quad}), (c, \underline{\quad}), (d, \underline{\quad})\}$$

$$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 7 \text{ วิธี} & 7 \text{ วิธี} & 7 \text{ วิธี} & 7 \text{ วิธี} \end{matrix}$$

พบว่าสมาชิกแต่ละตัวในโดเมนของ C สามารถเลือกจับคู่

กับสมาชิกตัวหลัง ซึ่งมาจากเซต B ได้ 7 วิธี

คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 นั่นคือ จำนวน เซต C ซึ่งเป็น
ฟังก์ชันจาก A ไป B = $7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^4$ วิธี
ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ C เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B
$$= \frac{7^4}{2^{28}}$$

27. ตอบข้อ 1) 40

จาก A = {1, 2, 3} และ B = {a, b, c, d}

พิจารณาฟังก์ชัน $F: A \rightarrow B$ ทั้งหมด

$\therefore$ จำนวนฟังก์ชัน $F: A \rightarrow B$ ทั้งหมด
 $= 4 \times 4 \times 4 = 64$ วิธี

พิจารณาฟังก์ชัน $F: A \xrightarrow{1-1} B$

$\therefore$ จำนวนฟังก์ชัน $F: A \xrightarrow{1-1} B$
 $= 4 \times 3 \times 2 = 24$ วิธี

ดังนั้น จำนวนฟังก์ชัน $F: A \rightarrow B$ ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน
หนึ่งต่อหนึ่ง = จำนวนฟังก์ชัน $F: A \rightarrow B$ ทั้งหมด -
จำนวนฟังก์ชัน $F: A \xrightarrow{1-1} B = 64 - 24 = 40$ วิธี
ดังนั้น $\{f: A \rightarrow B \mid f \text{ ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง}\}$
จำนวนสมาชิก เท่ากับ 40

28. ตอบข้อ 1) $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2x^2 + 3y^2 = 6, x \geq 0, y \leq 0\}$

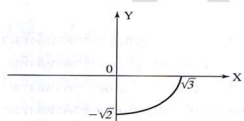
พิจารณาตัวเลือกแต่ละข้อดังนี้

ข้อ 1 ถูก จาก $\{(x,y) \mid 2x^2 + 3y^2 = 6, x \geq 0, y \leq 0\}$

จาก $2x^2 + 3y^2 = 6, x \geq 0, y \leq 0$,

$$\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1, x \geq 0, y \leq 0$$

มีกราฟเป็นรูปส่วนหนึ่งของวงรี ดังรูป



จากการลากเส้นตรงขนานแกน Y และแกน X พบว่า

ไม่มีเส้นตรงใดตัดกราฟเกิน 1 จุด ดังนั้น ความสัมพันธ์นี้
เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

29. ตอบข้อ 2) $D_r = [-1, 1], D_{r^{-1}} = [0, 1]$

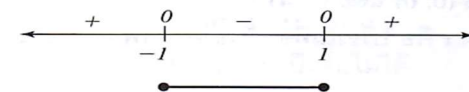
$$\text{จาก } r = \left\{ (x,y) \mid y = \sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}} \right\} \text{ หา } D_r$$

พบว่าค่า y หาค่าไม่ได้

$$\text{เมื่อ } \frac{1-x^2}{1+x^2} \geq 0 \text{ แต่ } 1+x^2 > 0 \text{ เสมอ}$$

จึงตัดทิ้งได้เลย จะได้

$$1-x^2 \geq 0, x^2-1 \leq 0, (x-1)(x+1) \leq 0$$



ดังนั้น $D_r = [-1, 1]$

$$\text{หา } R_r \text{ จาก } y = \sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}}$$

$$\text{ยกกำลังสองทั้ง 2 ข้าง ; } y^2 = \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

เมื่อ $y \geq 0$

$$y^2 + x^2 y^2 = 1 - x^2, x^2 + x^2 y^2 = 1 - y^2,$$

$$x^2(1+y^2) = 1-y^2, x^2 = \frac{1-y^2}{1+y^2}, x = \pm \sqrt{\frac{1-y^2}{1+y^2}}$$

ในการทำงานเกี่ยวกับการหา D_r จะได้ $-1 \leq y \leq 1$

แต่ $y \geq 0$

$$\text{จึงได้ } R_r = [-1, 1] \cap [0, \infty) = [0, 1]$$

ดังนั้น $D_{r^{-1}} = R_r = [0, 1]$

30. ตอบข้อ 1) $\{x \in I \mid \frac{x}{2} \text{ เป็นจำนวนเต็ม}\}$

จาก $f(x) = 2x$ และ $g(x) = x - 1$ เมื่อ $x \in I$

$$\text{จะได้ } (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x-1)$$

$$= 2(x-1) = 2x-2$$

$$\text{และ } ((f \circ g) + f)(x) = (f \circ g)(x) + f(x)$$

$$= 2x-2 + 2x = 4x-2$$

นั่นคือ เงื่อนไขใน $f \circ g + f$ คือ $y = 4x-2$ ทุก $x \in I$

ลองแทนค่า

$$x = 0 \text{ จะได้ } y = 4(0) - 2 = -2, x = 1$$

$$\text{จะได้ } y = 4(1) - 2 = 2$$

$$x = 2 \text{ จะได้ } y = 4(2) - 2 = 6, x = 3$$

$$\text{จะได้ } y = 4(3) - 2 = 10$$

$$x = 4 \text{ จะได้ } y = 4(4) - 2 = 14 \text{ เป็นต้น}$$

นั่นคือ เรนจ์ของ $(f \circ g) + f$

คือ $\{..., -2, 2, 6, 10, 14, \dots\}$ ซึ่งสมาชิกในเซตข้างต้น

เมื่อนำมาหารด้วย 2 จะเป็นจำนวนเต็มคือ

เช่น $..., -1, 1, 3, 5, 7, \dots$ เป็นต้น

ดังนั้น เรนจ์ของ $(f \circ g) + f$ คือ $\{x \mid \frac{x}{2} \text{ เป็นจำนวนเต็ม}\}$

31. ตอบข้อ 3) (2, 3)

ขั้นแรกหาค่า a และ b จากสมการ

$$2 \cdot 6^x - 6 \cdot 2^x - 3^x + 3 = 0$$

$$\text{จัดรูปเป็น } 2(2 \cdot 3)^x - 6 \cdot 2^x - 3^x + 3 = 0$$

$$2 \cdot 2^x(3^x - 3) - (3^x - 3) = 0, (3^x - 3)(2 \cdot 2^x - 1) = 0$$

$$\text{นั่นคือ } 3^x - 3 = 0 \text{ หรือ } 2 \cdot 2^x - 1 = 0,$$

$$3^x = 0 \text{ หรือ } 2^x = \frac{1}{2},$$

$$3^x = 3^1 \text{ หรือ } 2^x = 2^{-1}, x = 1 \text{ หรือ } x = -1$$

ถ้า a และ b เป็นคำตอบของสมการนี้ จะได้ว่าไม่ว่าจะให้

a = 1 และ b = -1 หรือ a = -1 และ b = 1 จะได้ว่า

$$|a - b| = 2 \text{ เสมอขั้นที่ 2 หาค่า y จากสมการ}$$

$$\log |a - b| + (|a - b| \cdot \log y) = 1$$

$$\text{แทนค่า } |a - b| = 2 \text{ จะได้ว่า } \log 2 + 2 \log y = 1,$$

$$\log 2 + \log y^2 = 1, \log (2y^2) = 1,$$

$$2y^2 = 10^1 = 10, y^2 = 5,$$

$$\therefore y = \sqrt{5}, -\sqrt{5} \text{ แต่ } y = -\sqrt{5} \text{ ไม่ได้}$$

เพราะจะทำให้ $\log y = \log(-\sqrt{5})$ ซึ่งไม่นิยาม

ดังนั้น $y = \sqrt{5}$ ซึ่งอยู่ในช่วง (2, 3)

32. ตอบข้อ 1) ก. ถูก และ ข. ถูก

พิจารณาข้อ ก

เนื่องจาก x, y เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง $5^x + 2^y = 33$

สังเกตว่า x จะมีค่าเกิน 2 ไม่ได้ เช่น ให้ $x = 3$ จะได้

$$5^x + 2^y = 33 \text{ ทำให้ } 2^y < 0$$

ซึ่งเป็นไปไม่ได้ แสดงว่า $x = 1$ หรือ $x = 2$ เท่านั้น

จึงแยกพิจารณาเป็น 2 กรณี ดังนี้ กรณีที่ 1 เมื่อ $x = 1$

$$\text{จะได้ } 5^1 + 2^y = 33 \text{ ทำให้ } 2^y = 28$$

ซึ่ง y ไม่ใช่จำนวนเต็ม กรณีที่ 2 เมื่อ $x = 2$ จะได้

$$5^2 + 2^y = 33 \text{ ทำให้ } 2^y = 8 \text{ นั่นคือ } y = 3 \text{ จึงสรุปได้}$$

ว่า $x = 2$ และ $y = 3$ จะได้

$$2^x + 5^y \cdot 2^2 + 5^3 = 4 + 125 = 129 \text{ ดังนั้นข้อ ก. ถูก}$$

พิจารณาข้อ ข

เนื่องจากฟังก์ชัน $y = 2^x$ และ $y = 4^x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

แสดงว่า เมื่อ x เพิ่มขึ้น จะทำให้ $2^x + 4^x$ มีค่าเพิ่มขึ้น

ตามไปด้วย สมมติให้

$$x = \frac{1}{2} \text{ จะได้ว่า}$$

$$2^x + 4^x = 2^{\frac{1}{2}} + 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} + \sqrt{4}$$

$$\approx 1.414 + 2 \approx 3.414 \text{ แสดงว่าค่า x ที่ทำให้}$$

$$2^x + 4^x = \frac{7}{2} = 3.5$$

$$\text{จะต้องมีค่ามากกว่า } \frac{1}{2} \text{ นั่นคือ } x \geq \frac{1}{2}$$

ดังนั้น ข้อ ข. ถูก

33. ตอบข้อ 3) 1

$$\text{จากสมการ } 28(3^x) - y = 9 \dots(1)$$

$$\text{และ } 2x - \log_3 y = -1 \dots(2)$$

$$\text{จาก (2) จะได้ } \log_3 y = 2x + 1$$

$$y = 3^{2x+1} \dots(3)$$

จาก (3) แทนค่า $y = 3^{2x+1}$ ใน (1) จะได้

$$28(3^x) - 3^{2x+1} = 9, 28(3^x) - 3^{2x} \cdot 3 = 9,$$

$$3(3^x)^2 + 28(3^x) - 9 = 0, (3 \cdot 3^x - 1)(3^x - 9) = 0$$

$$\text{นั่นคือ } 3 \cdot 3^x - 1 = 0 \text{ หรือ } 3^x - 9 = 0$$

$$3^x = \frac{1}{3} \text{ หรือ } 3^x = 9,$$

$$3^x = 3^{-1} \text{ หรือ } 3^x = 3^2$$

$$x = -1 \text{ หรือ } x = 2$$

ดังนั้น ผลบวกของค่า x ทุกค่า เท่ากับ $-1 + 2 = 1$

34. ตอบข้อ 2) 1000.11

$$\text{จากสมการ } x^{(\log^2 x - 1)} = (10x)^6 \dots(1)$$

$$\text{ใส่ } \log \text{ ทั้งสองข้างจะได้ } \log x^{(\log^2 x - 1)} = \log(10x)^6$$

$$(\log^2 x - 1)(\log x) = 6 \log(10x)$$

$$(\log x + 1)(\log x - 1)(\log x) - 6(1 + \log x) = 0$$

$$(1 + \log x)[(\log x - 1)(\log x) - 6] = 0$$

$$(1 + \log x)(\log x + 2)(\log x - 3) = 0$$

$$\text{จะได้ } \log x = -1, -2, 3 \quad x = 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}$$

เมื่อนำไปตรวจคำตอบโดยการแทนค่า

$$x = 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3} \text{ ใน (1)}$$

พบว่า คำตอบทั้งสามสอดคล้องกับ (1)

ดังนั้น ผลของรากทุกตัวของสมการเท่ากับ

$$10^{-1} + 10^{-2} + 10^{-3} = 0.1 + 0.01 + 0.001 = 1,000.11$$

35. ตอบข้อ 2) 2.5

$$\text{จากสมการ } \log_2(2x - 1) - \log_4\left(x^2 + \frac{1}{2}\right) < \frac{1}{2}$$

นำ 2 คูณตลอด ; $2\log_2(2x-1) - 2\log_2\left(x^2 + \frac{1}{2}\right) < 1$

$$\log_2 \frac{(2x-1)^2}{x^2 + \frac{1}{2}} < 1, \quad \frac{(2x-1)^2}{x^2 + \frac{1}{2}} < 2^1$$

นำ $x^2 + \frac{1}{2}$ ซึ่งมากกว่าศูนย์เสมอ คูณทั้ง 2 ข้าง

ได้เป็น

$$(2x-1)^2 < 2\left(x^2 + \frac{1}{2}\right), 4x^2 - 4x + 1 < 2x^2 + 1$$

$$2x^2 - 4x < 0, 2x(x-2) < 0 \quad \text{นั่นคือ}$$

$$0 < x < 2 \quad \dots(1)$$

แต่จากนิยามของ log ที่ว่า พจน์ที่อยู่หลัง log ต้องเป็น

บวกเสมอ ทำให้ $2x-1 > 0$ และ $x^2 + \frac{1}{2} > 0$ นั่นคือ

$$x^2 > \frac{1}{2} \quad \dots(2)$$

ดังนั้น คำตอบของสมการต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขทั้ง

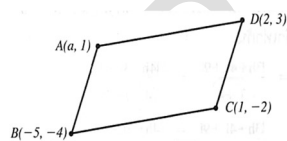
(1) และ (2)

$$\text{จะได้ เซตคำตอบ คือ } A = \left\{x \mid \frac{1}{2} < x < 2\right\}$$

$$\text{แสดงว่า } a = \frac{1}{2} \text{ และ } b = 2$$

$$\text{ดังนั้น } a+b = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2} = 2.5$$

36. ตอบข้อ 1) $5x - 3y + 6 = 0$



จากรูป พิจารณาจากจุด C ไปจุด D จะพบว่าค่าของ
คู่อันดับตัวหน้าเพิ่มขึ้น 1 หน่วย คือ จาก 1 ไปเป็น 2
ดังนั้น จากจุด B ไป จุด A ค่าของคู่อันดับตัวหน้าก็จะ
เพิ่มขึ้น 1 หน่วยด้วย นั่นคือ จาก -5 ไปเป็น -4

$\therefore a = -4$ ดังนั้น จาก $A(-4, 1)$ กับ $C(1, -2)$

จะได้ จุดกึ่งกลางของด้าน AC คือ

$$\left(\frac{-4+1}{2}, \frac{1+(-2)}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

$$\text{ความชันของด้าน AC} = \frac{-2-1}{1-(-4)} = -\frac{3}{5}$$

ดังนั้น เส้นตรงที่ตั้งฉากกับ AC และผ่านจุดกึ่งกลาง
ของด้าน AC

$$\text{คือ เส้นตรงที่มีความชัน } \frac{5}{3} \text{ และผ่านจุด } \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

$$\text{สมการเส้นตรงดังกล่าวคือ } y - y_1 = m(x - x_1)$$

นั่นคือ

$$y - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{3}\left(x - \left(-\frac{3}{2}\right)\right), y + \frac{1}{2} = \frac{5}{3}x + \frac{5}{2}$$

$$\frac{5}{3}x - y + 2 = 0, 5x - 3y + 6 = 0$$

37. ตอบข้อ 3) 5.6 หน่วย

สมมติให้วงกลม C มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) และ
รัศมียาว r หน่วย จากโจทย์จะได้รัศมีเท่ากับระยะห่าง

จากจุดศูนย์กลาง (h, k) กับ เส้นตรง $3x + 4y + 9 = 0$

และ $4x - 3y - 1 = 0$ ซึ่งมีค่าเท่ากัน

นั่นคือ

$$r = \frac{|3h + 4k + 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|4h - 3k - 1|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} \quad \dots(1)$$

$$\text{จะได้ } |3h + 4k + 9| = |4h - 3k - 1|$$

$$\text{แสดงว่า } 3h + 4k + 9 = 4h - 3k - 1,$$

$$h - 7k = 10 \quad \dots(1.1)$$

$$\text{หรือ } 3h + 4k + 9 = -(4h - 3k - 1),$$

$$7h + k = -8 \quad \dots(1.2)$$

จากจุดศูนย์กลาง (h, k) อยู่บนเส้นตรง $7x + y - 20 = 0$

$$\text{จะได้ } 7h + k - 20 = 0, 7h + k = 20 \quad \dots(2)$$

จาก (1.2) และ (2) พบว่าระบบสมการดังกล่าวไม่มี

คำตอบ เพราะว่า $7h + k$ มีค่าเท่ากับ -8 และ 20

พร้อมกันไม่ได้

จาก (1.1) และ (2) จะได้ว่า $h = 3$ และ $k = -1$

นำไปแทนค่าใน (1)

$$\text{จะได้ } r = \frac{|3(3) + 4(-1) + 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{14}{5} = 2.8$$

ดังนั้น ความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

$$C = 2r = 2(2.8) = 5.6 \text{ หน่วย}$$

38. ตอบข้อ 2) $\frac{13}{12}$ ตารางหน่วย

จาก L_1 เป็นเส้นตรง $2x - 3y - 6 = 0$ ที่ตัดแกน X และ แกน Y ที่จุด A และ B ตามลำดับ จะได้ พิกัดของจุดทั้งสองคือ $A(3, 0)$

และ $B(0, -2)$ ถ้า C เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ จะได้พิกัดจุด C คือ $\left(\frac{3+0}{2}, \frac{0+(-2)}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, -1\right)$

จาก L_2 เป็นเส้นตรงที่ตั้งฉากกับ L_1 ที่จุด C ซึ่งความชันของเส้นตรง L_1 คือ $\frac{2}{3}$

แสดงว่าความชันของเส้นตรง L_2 คือ $-\frac{3}{2}$

จะได้ว่า L_2 คือเส้นตรงที่มีความชัน $-\frac{3}{2}$

และผ่านจุด $C\left(\frac{3}{2}, -1\right)$

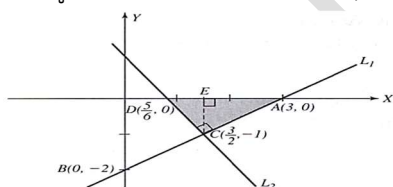
สมการเส้นตรง L_2 คือ $y - y_1 = m(x - x_1)$

นั่นคือ $y - (-1) = -\frac{3}{2}\left(x - \frac{3}{2}\right)$, $y + 1 = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{4}$

$\frac{3}{2}x + y - \frac{5}{4} = 0$ จากเส้นตรง L_2 ตัดแกน X

ที่จุด D จะได้พิกัดของจุด D คือ $\left(\frac{5}{6}, 0\right)$

นำข้อมูลทั้งหมดมาเขียนกราฟคร่าว ๆ ดังนี้



จากรูป จะได้ $AD = 3 - \frac{5}{6} = \frac{13}{6}$ หน่วย

ลาก $\overline{CE}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AD}$ ที่จุด E จะได้ $CE = 1$ หน่วย
ดังนั้น พื้นที่ของรูป $\triangle ADC$

$$= \frac{1}{2} \times AD \times CE = \frac{1}{2} \times \frac{13}{6} \times 1 = \frac{13}{12} \text{ ตารางหน่วย}$$

39. ตอบข้อ 3) 2 หน่วย

จากสมการของพาราโบลา $y^2 - 4x - 4y = 28$

จัดรูปสมการใหม่ดังนี้

$$y^2 - 4x + 4 = 4x + 28 + 4, (y - 2)^2 = 4(x + 8)$$

เทียบกับสมการของพาราโบลา $(y - k)^2 = 4c(x - h)$

ซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) และจุดยอดกับโฟกัสอยู่ห่างกัน

$|c|$ หน่วย จะได้ว่า พาราโบลาข้างต้นมีจุดยอดอยู่ที่จุด

$(-8, 2)$ และ $4c = 4$ นั่นคือ $c = 1$ ทำให้

พาราโบลามีลักษณะเปิดทางด้านขวา และมีโฟกัสอยู่ที่จุด

$(-8 + 1, 2) = (-7, 2)$

โจทย์กำหนดให้เส้นตรง l ผ่านจุดโฟกัสของพาราโบลานี้

ซึ่งก็คือจุด $(-7, 2)$ และผ่านจุด $(-3, 2)$

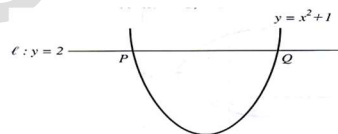
แสดงว่า เส้นตรง l มีสมการ $y = 2$

หาจุดตัดของเส้นตรง l กับเส้นโค้ง $y = x^2 + 1$ ดังนี้

แทนค่า $y = 2$ ในสมการเส้นโค้ง $y = x^2 + 1$

$$\text{จะได้ } 2 = x^2 + 1$$

$$x^2 = 1, \therefore x = 1, -1$$



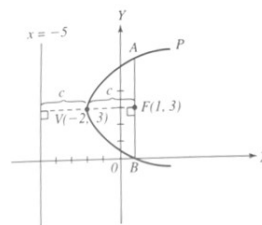
นั่นคือ จากรูปจะได้ P และ Q มีพิกัดเป็น $(-1, 2)$

และ $(1, 2)$ ตามลำดับ ซึ่งจุดทั้งสองอยู่ห่างกัน 2 หน่วย

ดังนั้น $\overline{PQ}$ ยาว 2 หน่วย

40. ตอบข้อ 2) $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 26 = 0$

นำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มาวาดรูปคร่าว ๆ



จะได้จุดโฟกัสคือ $F(1, 3)$ และเส้นไดเรกทริกซ์ คือ

เส้นตรง $x = -5$ อยู่ห่างกัน 6 หน่วย แสดงว่า $2c = 6$

นั่นคือ $c =$ จากรูป AB คือ ความกว้างของพาราโบลา

ณ จุดโฟกัส ซึ่ง $AB = 4c = 4(3) = 12$ หน่วย

จะได้ว่า วงกลมที่มี $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง คือ

วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $F(1, 3)$ และรัศมียาว

$$\text{เท่ากับ } \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}(12) = 6 \text{ หน่วย}$$

นั่นคือ สมการวงกลมดังกล่าว

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 6^2$$

$$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 6y + 9) = 36$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y - 26 = 0$$

41. ตอบข้อ 4) 45

ในการนำเลขโดด 0, 1, 2, ..., 7 มาประกอบเป็นจำนวนที่มี 4 หลัก ซึ่งต้องประกอบด้วยเลข 0 อยู่หนึ่งหลัก และผลรวมเลขโดดทั้ง 4 หลักเท่ากับ 7 สามารถแบ่งเป็น 4 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 จำนวนที่มี 4 หลักประกอบด้วยเลขโดด 0, 1, 2, 4 หลักพัน

เลือกทำได้ 3 วิธี (ได้แก่ 1, 2 หรือ 4) แต่ละวิธีของการสร้างเลขหลักพันสามารถนำเลขโดดที่เหลือ 3 ตัว มาเรียงสับเปลี่ยนในหลักร้อยหลักสิบและหลักหน่วย ทำได้ $3! = 6$ วิธี นั่นคือ จำนวนวิธีในกรณีนี้ $= 3 \times 6 = 18$ วิธี

กรณีที่ 2 จำนวนที่มี 4 หลัก ประกอบด้วยเลขโดด 0, 1, 3, 3

2.1) เมื่อหลักพันเป็น 1 สามารถนำเลขโดดที่เหลือ 3 ตัว ได้แก่ 0, 3, 3

มาเรียงสับเปลี่ยนในหลักร้อย หลักสิบ และหลักหน่วย ทำได้ $\frac{3!}{2!} = 3$ วิธี

2.2) เมื่อหลักพันเป็น 3 สามารถนำเลขโดดที่เหลือ 3 ตัว ได้แก่ 0, 1, 3 มาเรียงสับเปลี่ยนในหลักร้อย หลักสิบ และหลักหน่วย ทำได้ $3! = 6$ วิธี นั่นคือจำนวนวิธีในกรณีนี้ $= 3 + 6 = 9$ วิธี

กรณีที่ 3 จำนวนที่มี 4 หลัก ประกอบด้วยเลขโดด 0, 1, 1, 5

3.1) เมื่อหลักพันเป็น 1 สามารถนำเลขโดดที่เหลือ 3 ตัว ได้แก่ 0, 1, 5 มาเรียงสับเปลี่ยนในหลักร้อย หลักสิบ และหลักหน่วย ทำได้ $3! = 6$ วิธี

3.2) เมื่อหลักพันเป็น 5 สามารถนำเลขโดดที่เหลือ 3 ตัว ได้แก่ 0, 1, 1 มาเรียงสับเปลี่ยนในหลักร้อย หลักสิบ และหลักหน่วย ทำได้ $\frac{3!}{2!} = 3$ วิธี

นั่นคือ จำนวนวิธีในกรณีนี้ $= 6 + 3 = 9$ วิธี

กรณีที่ 4 จำนวนที่มี 4 หลักประกอบด้วยเลขโดด 0, 2, 2, 3

4.1) เมื่อหลักพันเป็น 2 สามารถนำเลขโดดที่เหลือ 3 ตัว ได้แก่ 0, 2, 3

มาเรียงสับเปลี่ยนในหลักร้อย หลักสิบ และหลักหน่วย ทำได้ $3! = 6$ วิธี

4.2) เมื่อหลักพันเป็น 3 สามารถนำเลขโดดที่เหลือ 3 ตัว ได้แก่ 0, 2, 2 มาเรียงสับเปลี่ยนในหลักร้อย หลักสิบ และหลักหน่วย ทำได้

$$\frac{3!}{2!} = 3 \text{ วิธี}$$

นั่นคือจำนวนวิธีในกรณีนี้ $= 6 + 3 = 9$ วิธี

ดังนั้น จากทั้ง 4 กรณีข้างต้น จะได้จำนวนของเลข

4 หลักทั้งหมด ที่มีเงื่อนไขตามที่โจทย์กำหนด

$$18 + 9 + 9 + 9 = 45 \text{ จำนวน}$$

42. ตอบข้อ 2) ก. ถูก และ ข. ผิด

พิจารณาข้อ ก.

จัดเด็ก 5 คน ยืนแถวหน้าได้ $5!$ วิธี จัดผู้ใหญ่ 5 คน

ยืนแถวหลังได้ 5 วิธี

$$\text{ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมด} = 5!5! \text{ วิธี}$$

$\therefore$ ก ถูก

พิจารณาข้อ ข.

นำชาย 6 คน หญิง 6 คน นั่งโต๊ะกลม 2 โต๊ะที่ต่างกัน

สมมติให้เป็นโต๊ะ A กับโต๊ะ B ซึ่งมีโต๊ะละ 6 ที่นั่ง

กรณีที่ 1 ชาย 6 คน นั่งโต๊ะ A และหญิง 6 คน นั่งโต๊ะ B

จัดชาย 6 คน นั่งสลับกันรอบโต๊ะ A ได้ $(6-1)! = 5!$ วิธี

จัดหญิง 6 คน นั่งสลับกันรอบโต๊ะ B ได้ $(6-1)! = 5!$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีในกรณีนี้ $= 5!5!$ วิธี

กรณีที่ 2 ชาย 6 คน นั่งโต๊ะ B และหญิง 6 คน นั่งโต๊ะ A

จัดชาย 6 คน นั่งสลับกันรอบโต๊ะ B ได้ $(6-1)! = 5!$ วิธี

จัดหญิง 6 คน นั่งสลับกันรอบโต๊ะ A ได้ $(6-1)! = 5!$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีในกรณีนี้ $= 5!5!$ วิธี

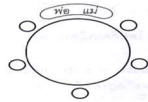
จากทั้ง 2 กรณี จะได้จำนวนวิธีทั้งหมด = $5!5! + 5!5!$

= $2(5!5!)$ วิธี $\therefore$ ข. ผิด

43. ตอบข้อ 3) 28,800

นำลูกสาวออกมาจากกลุ่มก่อนและจัดพ่อแม่ นั่งติดกัน

เสมอ พร้อมกับจัดลูกชาย 5 คน ดังรูป



ขั้นที่ 1 จัดพ่อกับแม่ซึ่งนั่งติดกัน จึงคิดเป็น 1 คน

กับลูกชาย 5 คน รวมคิดเป็น 6 คน เรียงสับเปลี่ยนเป็น

วงกลมได้ $(6 - 1)! = 5!$ วิธี

ขั้นที่ 2 แต่ละวิธีในขั้นที่ 1 จัดพ่อแม่สลับที่กันได้ 2! วิธี

ขั้นที่ 3 แต่ละวิธีในขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2 จัดลูกสาว 3 คน

แทรกลงในช่องว่าง ซึ่งมี 6 ช่อง (ดังรูป) ได้

$$\therefore P_{6,3} = \frac{6!}{(6-3)!} = 6 \times 5 \times 4$$

= 120 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีจัดเรียงทั้งหมด

= $(5!)(2!)(120)$

= $(120)(2)(120) = 28,800$ วิธี

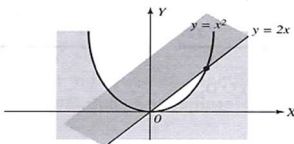
44. ตอบข้อ 3) $(-\infty, 0] \cup [2, \infty)$

$$r = \{(x, y) | y \leq x^2 \text{ และ } y \geq 2x\}$$

เขียนกราฟของ $y \leq x^2$

$y \geq 2x$ ลงบนแกนเดียวกัน ดังรูป

หาจุดตัดของกราฟ



$y = x^2$ และ $y = 2x$ ให้

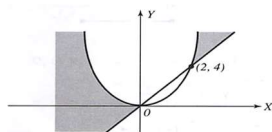
$$y = x^2 \quad \dots(1)$$

$$\text{และ } y = 2x \quad \dots(2)$$

$$(1) - (2); 0 = x^2 - 2x, 0 = x(x - 2), x = 0, 2$$

เมื่อ $x = 0$ จะได้ $y = 0$ เมื่อ $x = 2$ จะได้ $y = 4$

นั่นคือ จุดตัดคือ $(0, 0)$ และ $(2, 4)$



ดังนั้น กราฟของ r คือ บริเวณที่ซ้ำกันของกราฟ

$$y \leq x^2 \text{ และ } y \geq 2x \text{ ดังนี้}$$

$$\text{จากกราฟที่ได้ จะได้ว่า } R_r = D_r = (-\infty, 0] \cup [2, \infty)$$

45. ตอบข้อ 2) $[0.5, 2.5]$

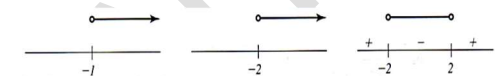
$$\text{จาก } f = \{(x, y) | y = \log(x+1) + \log(x+2) - \log(4-x^2)\}$$

พบว่า ค่า x ที่ทำให้หาค่า y ได้ จะต้องนิยามเงื่อนไขต่อไปนี้

$$x+1 > 0 \text{ และ } x+2 > 0 \text{ และ } 4-x^2 > 0$$

$$\text{นั่นคือ } x > -1 \text{ และ } x > -2 \text{ และ } x^2 - 4 < 0, x > -1$$

$$\text{และ } x > -2 \text{ และ } (x-2)(x+2) < 0$$



$$\text{สรุปว่า } D_f = (-1, 2)$$

$$\text{จาก } g = \{(x, y) | y = 2^{x+1} \text{ และ } x \geq 0\}$$

พิจารณา $x \geq 0$

$$\text{ทำให้ } 2^x \geq 2^0, \frac{2^x}{2} \geq \frac{2^0}{2}, 2^{x-1} \geq \frac{1}{2}$$

$$\text{นั่นคือ } y \geq \frac{1}{2} \text{ สรุปว่า } R_g = \left[\frac{1}{2}, \infty\right)$$

$$\text{ดังนั้น } D_f \cap R_g = (-1, 2) \cap \left[\frac{1}{2}, \infty\right) = \left[\frac{1}{2}, 2\right)$$

$$\text{ซึ่ง } \left[\frac{1}{2}, 2\right) \subset [0.5, 2.5]$$

46. ตอบข้อ 3) 2

จากสมการ $2(\log_a + \log_b c = 9 \log_{ab} c)$ จะได้

$$2\left(\frac{1}{\log_a c} + \frac{1}{\log_b c}\right) = \frac{9}{\log_{ab} c}, 2\left(\frac{1}{\log_a c} + \frac{1}{\log_b c}\right) = \frac{9}{\log_a c + \log_b c}$$

สมมติให้ $x = \log_c a$ และ $y = \log_c b$

$$\text{จะได้ } 2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = \frac{9}{x+y}$$

$$, 2\left(\frac{x+y}{xy}\right) = \frac{9}{x+y}, 2(x+y)^2 = 9xy, 2(x^2 + 2xy + y^2) = 9xy$$

$$2x^2 - 5xy + 2y^2 = 0, (2x - y)(x - 2y) = 0$$

$$\text{นั่นคือ } 2x - y = 0$$

หรือ $x - 2y = 0$, $2x = y$ หรือ $x = 2y$, $\frac{y}{x} = 2$

หรือ $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$

เนื่องจาก $\frac{y}{x} = \frac{\log_c b}{\log_c a} = \log_a b$

จะได้ว่า $\log_a b = 2$ หรือ $\log_a a = \frac{1}{2}$

ดังนั้น ค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ $\log_a b$ เท่ากับ 2

47. ตอบข้อ 4) $[0, 2]$

จากอสมการ $\log\left(\frac{x+3}{x-1}\right) \geq 1$

ก่อนพิจารณาเงื่อนไขจากนิยามของ $\log$ ดังนี้

1. พจน์ที่อยู่หลัง $\log$ ต้องมีค่าเป็นบวกเสมอ

นั่นคือ $\frac{x+3}{x-1} > 0$

จะได้ $x < -3$ หรือ $x > 1$ (1)

2. พจน์เป็นฐานของ $\log$ ต้องมีค่าเป็นบวกและไม่เท่ากับ 1

นั่นคือ $x > 0$ หรือ $x \neq 1$ (2)

จาก (1) และ (2) จึงสามารถสรุปขอบเขตของค่า x ได้ดังนี้

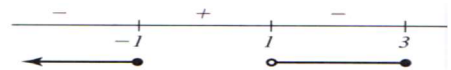


$\therefore x > 1$ (3)

จึงพิจารณาอสมการ $\log_x\left(\frac{x+3}{x-1}\right) \geq 1$ เมื่อ $x > 1$

นั่นคือ $\frac{x+3}{x-1} \geq x^1$, $\frac{x+3}{x-1} - x \geq 0$, $\frac{x+3-x(x-1)}{x-1} \geq 0$

$\frac{x+3-x^2+x}{x-1} \geq 0$, $\frac{-x^2+2x+3}{x-1} \geq 0$, $\frac{x^2-2x-3}{x-1} \leq 0$, $\frac{(x-3)(x+1)}{x-1} \leq 0$



$\therefore x \leq 1$ หรือ $1 < x \leq 3$ (4)

ซึ่งคำตอบของอสมการต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขทั้ง (3)

และ (4) ให้ S เป็นเซตคำตอบของอสมการ จะได้

$S = \{x | x > 1\} \cap \{x | x \leq -1 \text{ หรือ } 1 < x \leq 3\} = (1, 3]$

จาก $T = \{\log_{\sqrt{3}} x | x \in S\}$

พบว่า เมื่อ $x \in S$ แสดงว่า $1 < x \leq 3$

จะได้ว่า $\log_{\sqrt{3}} 1 < \log_{\sqrt{3}} x \leq \log_{\sqrt{3}} 3$

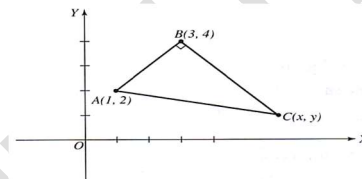
$0 < \log_{\sqrt{3}} x \leq 2$

ดังนั้น $T = (0, 2]$ ซึ่งเป็นสับเซตของช่วง $[0, 2]$

48. ตอบข้อ 4) $(7, 0)$

นำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มาวาดรูปประกอบ

การพิจารณา ดังนี้



จากรูปให้ A และ B มีพิกัด (1, 2) และ (3, 4) ตามลำดับ

และสมมติให้พิกัดของจุดมุมที่เหลือของรูปสามเหลี่ยม

คือ C(x, y) เนื่องจากโจทย์กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC

มีมุม B เป็นมุมฉาก แสดงว่า $\overline{AB} \perp \overline{BC}$

ให้ m_{AB} และ m_{BC} เป็นความชันของ $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ ตามลำดับ จะได้ว่า

$m_{AB} \cdot m_{BC} = -1$, $\frac{4-2}{3-1} \cdot \frac{y-4}{x-3} = -1$
 $y-4 = 3-x$ (1)

จาก $AB = \sqrt{(3-1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

และ $BC = \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2}$ เนื่องจากพื้นที่

ของรูปสามเหลี่ยม $ABC = \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$

$= \frac{1}{2} \times AB \times BC$

ซึ่งโจทย์กำหนดให้พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับ 8

ตารางหน่วยจะได้ว่า $\frac{1}{2} \times AB \times BC = 8$

$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = 8$

$$\sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} \dots (2)$$

จาก (1) แทนค่า $y-4 = 3-x$ ใน (2) จะได้

$$\sqrt{(x-3)^2 + (3-x)^2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2(x-3)^2} = 4\sqrt{2}, |x-3| = 4, x-3 = 4, -4, x = 7, -1$$

เมื่อ $x = 7$ แทนค่าใน (1) จะได้ $y-4 = 3-7, y = 0$

เมื่อแทน $x = -1$ แทนค่าใน (1)

$$\text{จะได้ } y-4 = 3-(-1), y = 8$$

นั่นคือ $C(x, y) = (7, 0)$ หรือ $(-1, 8)$

ดังนั้น จุดมุมที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมนี้ คือ $(7, 0)$

หรือ $(-1, 8)$

49. ตอบข้อ 4) ก. ถูก ข. ถูก

หาค่า A และ B ก่อน จะได้ว่า $3(1) + A(1) + 1 = 0$

$\therefore A = -4$ และจุด $(1, 1)$ จะสอดคล้องกับสมการของวงกลม C

จะได้ว่า $1^2 + 1^2 + B(1) + (6)1 = 0 \therefore B = -8$

นั่นคือ สมการของวงกลม C คือ $x^2 + y^2 - 8x + 6y = 0$

จัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานได้เป็น $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 5^2$

แสดงว่า วงกลม C มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(4, -3)$ และมีรัศมียาว

5 หน่วย หาค่า k ดังนี้ จากเส้นตรง l_2 สัมผัสวงกลม C ที่จุด

$(k, -k)$ เมื่อ $k > 0$ นั่นคือ จุด $(k, -k)$ จะสอดคล้องกับสมการของ

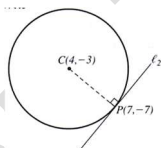
วงกลม C จะได้ว่า $k^2 + (-k)^2 - 8k + 6(-k) = 0,$

$$2k^2 - 14k = 0, 2k(k-7) = 0 \quad k = 0, 7$$

แต่โจทย์กำหนดให้ $k > 0$ จึงได้ว่า $k = 7$ นั่นคือ เส้นตรง l_2

สัมผัสวงกลม C ที่จุด $(7, -7)$ หาสมการของเส้นตรง l_2 ดังนี้

วาดรูปประกอบการพิจารณา ดังนี้



จากรูป ให้ C และ P มีพิกัดเป็น $(4, -3)$ และ $(7, -7)$

ตามลำดับจะได้

$$\text{ความชันของ } \overline{CP} \text{ เท่ากับ } \frac{-3 - (-7)}{4 - 7} = -\frac{4}{3}$$

แสดงว่า เส้นตรง l_2 ซึ่งตั้งฉากกับ $\overline{CP}$ จะมีความชัน

เท่ากับ $\frac{3}{4}$ จะได้ว่า l_2 คือ เส้นตรงที่มีความชัน $\frac{3}{4}$

และผ่านจุด $P(7, -7)$ สมการของเส้นตรง l_2 คือ

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{นั่นคือ } y - (-7) = \frac{3}{4}(x - 7)$$

$$4y + 28 = 3x - 21, 3x - 4y - 49 = 0$$

พิจารณาข้อ ก

ระยะห่างระหว่างจุด $(0, 0)$ กับเส้นตรง

$$l_2: 3x - 4y - 49 = 0$$

$$\text{มีค่าเท่ากับ } \frac{|3(0) - 4(0) - 49|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{49}{5} = 9.8 \text{ หน่วย}$$

ดังนั้น ข้อ ก. ถูก

พิจารณาข้อ ข

จากสมการเส้นตรง l_1 คือ $3x - 4y + 1 = 0$ และ

สมการของเส้นตรง l_2 คือ $3x - 4y - 49 = 0$

พบว่าเส้นตรงทั้งสองมีความชันเท่ากัน คือ $\frac{3}{4}$ แสดงว่า

เส้นตรงทั้งสองขนานกัน จึงสรุปได้ว่า เส้นตรง l_1 ไม่ตัด

กับเส้นตรง l_2 ดังนั้น ข้อ ข. ถูก

50. ตอบข้อ 4) $(x-3)^2 = 4(y-2)$

$$\text{จากสมการ จะได้ } \frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{16} = 1$$

แสดงว่าไฮเพอร์โบลานี้มีแกนตามขวางขนานกับแกน X

มีจุดศูนย์กลางที่ $(3, 3)$ และ $a^2 = 4$

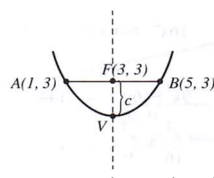
นั่นคือทำให้จุดยอดทั้งสองของไฮเพอร์โบลายู่ที่ $(3 \pm 2, 3)$

นั่นคือ $A(1, 3)$ และ $B(5, 3)$ จากโจทย์กำหนดให้

พาราโบลา AB เป็นเลตส์เรกตัม และมีกราฟอยู่เหนือ

แกน X ทำให้พาราโบลามีลักษณะเปิดทางด้านบน

ดังรูป



จากความยาวของเลตส์เรกตัม เท่ากับ $|4c|$ และ AB

เป็นเลตส์เรกตัม ซึ่ง AB ยาว 4 หน่วย นั่นคือ $|4c| = 4$

ทำให้ $c = 1, -1$ แต่พาราโบลามีลักษณะเปิดทางด้านบน

จึงได้ $c = 1$ จากรูป จุดโฟกัสคือ จุดกึ่งกลาง ของ $\overline{AB}$

คือ $(3, 3)$ และจุดยอดของพาราโบลาคือ $(3, 3-1) = (3, 2)$

ดังนั้น สมการพาราโบลา คือ $(x-h)^2 = 4c(y-k)$

นั่นคือ $(x-3)^2 = 4(1)(y-2), (x-3)^2 = 4(y-2)$