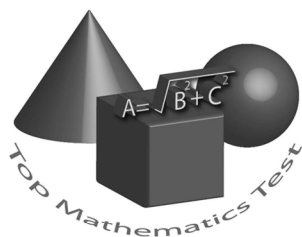


ม.5



โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาคเรียนที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2567

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์

ครั้งที่ 44

สอบวันเสาร์ที่ 24 สิงหาคม 2567 เวลา 08.00 – 10.00 น.

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 5

เลขประจำตัวสอบ ชื่อ – สกุล ห้องเรียน เลขที่

การระบายที่ถูกต้อง

9	0	1	0	4	2
0	●	0	●	0	0
1	1	●	1	1	1
2	2	2	2	2	●
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	●	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

การระบายที่ไม่ถูกต้อง

9	0	1	0	4	2
0	●	0	●	0	0
1	1	●	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

คำเตือน

ผู้ที่ระบายรหัสประจำตัวผู้เข้าสอบไม่ถูกต้อง
ระบบจะไม่ตรวจกระดาษคำตอบของท่าน

คำชี้แจงในการทำข้อสอบ

- ข้อสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 8 หน้า
มีจำนวนข้อทั้งหมด 50 ข้อ คะแนนเต็ม 150 คะแนน
แบ่งตามเนื้อหาสาระ ดังนี้
- ข้อที่ 1 – 20 : พื้นฐานและความเข้าใจ 40 คะแนน
- ข้อที่ 21 – 40 : การวิเคราะห์/การประยุกต์ใช้ 60 คะแนน
- ข้อที่ 41 – 50 : การสังเคราะห์/ประเมินค่า 50 คะแนน
- ในแต่ละข้อให้เลือกระบายคำตอบที่คิดว่าถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว
ลงในกระดาษคำตอบด้วยดินสอดำ (2B ขึ้นไป)
- หากพบว่าข้อใดไม่มีคำตอบที่ถูกต้องให้ระบายตัวเลือกที่ 5
- หากพบว่ามีทุจริตในการสอบจะตัดสิทธิ์ออกจากการสอบทันที



บริษัท ท็อป เทสต์ เซ็นเตอร์ จำกัด

www.toptestcenter.com

175 หมู่ 8 ถ.รามคำแหง 2 แขวงดอนเมือง เขตประเวศ กทม. 10250 โทรศัพท์ 0-2739-9130 โทรสาร 0-2720-9744

โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ สังคมศึกษา

คณิตศาสตร์ 1 วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ 2

1. กำหนดให้ $(a,b)*(c,d) = (a-c, b+d)$

$$\text{และ } (3,4)*(0,0) = (x,y)*(3,4)$$

แล้วให้หา (x,y)

- 1) $(0,3)$ 2) $(3,0)$
3) $(0,6)$ 4) $(6,0)$

2. กำหนด A, B, C เป็นเซตใดๆ แล้วข้อความใดต่อไปนี้เป็นจริง

- 1) ถ้า $A \times B = A \times C$ แล้ว $B = C$
2) ถ้า $A \times B = \emptyset$ แล้ว $A = B = \emptyset$
3) $A \times B = B \times A$ ก็ต่อเมื่อ $A = B$
4) $(A \cap B) \times C \subset A \times C \subset (A \cup B) \times C$

3. ให้หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$r = \{(x,y) | (x-2)(y-1) = 1\}$$

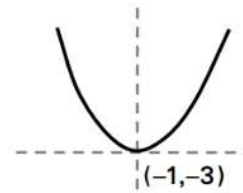
- 1) $D_r = R - \{1\}$ และ $R_1 = R - \{2\}$
2) $D_r = R - \{2\}$ และ $R_1 = R - \{1\}$
3) $D_r = R - \{3\}$ และ $R_1 = R - \{1\}$
4) $D_r = R - \{1\}$ และ $R_1 = R - \{3\}$

4. ให้หาเรนจ์ของอินเวอร์สของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$r = \{(x,y) | y = \frac{1}{x^2 - 4}\}$$

- 1) $R_{r^{-1}} = R - \{2, -2\}$
2) $R_{r^{-1}} = R - \{2, -1\}$
3) $R_{r^{-1}} = R - \{2, 0\}$
4) $R_{r^{-1}} = R - \{2, 1\}$

5. จากกราฟที่กำหนดให้ เป็นกราฟของความสัมพันธ์ในข้อใด



- 1) $r = \{(x,y) | |x| + |y| = 4\}$
2) $r = \{(x,y) | |x-2| + |y| = 2\}$
3) $r = \{(x,y) | y = x^2 + 2x - 2\}$
4) $r = \{(x,y) | y = x^2 + 2x - 2, -3 < x \leq 2\}$

6. หาขนาดพื้นที่ของบริเวณ $r_1 \cap r_2 \cap r_3$ เมื่อกำหนดให้

$$r_1 = \{(x,y) | x + y \leq 1\}$$

$$r_2 = \{(x,y) | y - x \leq 1\}$$

$$r_3 = \{(x,y) | y \geq 0\}$$

- 1) 0.5 ตร.หน่วย 2) 1.0 ตร.หน่วย
3) 1.5 ตร.หน่วย 4) หาค่าไม่ได้

7. ความสัมพันธ์ฟังก์ชันข้อใด เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

- 1) $f(x) = x^2$
2) $[f(x)^2] = x$
3) $f(x) = \sqrt{x}$
4) $f(x) = |x|$

8. ฟังก์ชันใดต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน R

- 1) $f(x) = 5x - 2$
- 2) $f(x) = -2x + 5$
- 3) $f(x) = x^2 + 3$
- 4) $f(x) = x^2 + 2x + 1$

9. ถ้า $2^{2x^2} + 2^{x^2+2x+2} = 2^{5+4x}$

แล้ว $x^2 - 2x$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

10. ให้หาค่าของ

$$\cos^2 35^\circ + \sec^2 70^\circ - \operatorname{cosec}^2 47^\circ + \sin^2 35^\circ - \tan^2 70^\circ + \cot^2 47^\circ$$

- 1) -1
- 2) 0
- 3) 1
- 4) 2

11. เมื่อวงกลมมีมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาด 5 เรเดียน ส่วนโค้งที่รองรับมุมนี้ยาว 20 นิ้ว ความยาวรัศมีของวงกลมนี้เท่ากับข้อใด

- 1) 4 นิ้ว
- 2) 5 นิ้ว
- 3) 6 นิ้ว
- 4) 7 นิ้ว

12. ถ้า $f(\theta) = \cos\left(\frac{\pi - \theta}{3}\right)$

แล้วค่าของ $f(2\pi) - f(0)$ เป็นเท่าใด

- 1) 0
- 2) 1
- 3) 2
- 4) 3

13. เมื่อ $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \frac{5}{3}$

แล้วให้หาค่าของ $\sin\theta$

- 1) $\frac{11}{15}$
- 2) $\frac{13}{15}$

- 3) $\frac{13}{17}$
- 4) $\frac{15}{17}$

14. กำหนดให้

$$4\sin^2\theta + 11\cos\theta - 1 = 0$$

$$\text{แล้ว } \cot^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) + \sec(\theta - 3\pi)$$

มีค่าเท่าใด

- 1) 17
- 2) 18
- 3) 19
- 4) 20

15. ให้หาค่า X, Y เมื่อกำหนดให้ขนาดของเมทริกซ์

$$\text{เป็นดังนี้ } A_{x \times 2} \times B_{2 \times 5} = C_{7 \times y}$$

- 1) $X = 2, Y = 5$
- 2) $X = 5, Y = 2$
- 3) $X = 5, Y = 7$
- 4) $X = 7, Y = 5$

16. กำหนดให้เมทริกซ์

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{ให้หา } A^t \times (B \times A)$$

$$1) \begin{bmatrix} 12 & 17 \\ 12 & 30 \end{bmatrix} \quad 2) \begin{bmatrix} 12 & 18 \\ 12 & 30 \end{bmatrix}$$

$$3) \begin{bmatrix} 12 & 18 \\ 12 & 31 \end{bmatrix} \quad 4) \begin{bmatrix} 12 & 19 \\ 12 & 31 \end{bmatrix}$$

17. กำหนดให้เมทริกซ์

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 2 \\ -3 & 0 & 5 \\ 7 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

ให้หา $\det(A)$

- 1) -35 2) -34
3) -33 4) -32

18. $2A^{-1} = B$ และ

$$\det(A) \cdot \det(B) = 16$$

ให้หามิติของเมทริกซ์ B

- 1) 2×2 2) 3×3
3) 4×4 4) 5×5

19. คู่อันดับ $A(3, -4), B(6, 3), C(7, -1)$

ให้หาขนาดของ $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}$ ตามลำดับ

- 1) $\overline{AB} = \sqrt{58}, \overline{AC} = 5, \overline{BC} = \sqrt{17}$
2) $\overline{AB} = \sqrt{17}, \overline{AC} = 5, \overline{BC} = \sqrt{58}$
3) $\overline{AB} = 5, \overline{AC} = \sqrt{17}, \overline{BC} = \sqrt{58}$
4) $\overline{AB} = \sqrt{17}, \overline{AC} = \sqrt{58}, \overline{BC} = 5$

20. กำหนด $\vec{v} = -2\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$

ให้หาเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศ $\vec{v}$

- 1) $\frac{1}{\sqrt{10}} \cdot (-2\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k})$
2) $\frac{1}{\sqrt{22}} \cdot (-2\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k})$
3) $\frac{1}{\sqrt{44}} \cdot (-2\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k})$
4) $\frac{1}{\sqrt{54}} \cdot (-2\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k})$

21. ถ้า $A = \{0, 1, 2, \dots, 28\}$

และ $B = \{-3, -2, -1, \dots, 4\}$

แล้ว $n[(A \times B) \cup (B \times A)]$ คือข้อใด

- 1) 439 2) 440
3) 441 4) 442

22. ถ้า $A = \{1, 2, 3, \dots, 20\}, B = \{0, 1, 2, \dots, 25\}$

และ $r = \{(x, y) \in A \times B \mid y \geq x\}$

ให้หาจำนวนคู่อันดับภายใน r

- 1) 308 2) 309
3) 310 4) 311

23. ให้หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$r = \{(x, y) \mid y = \frac{1}{2}\sqrt{4 - 3x - x^2}\}$$

- 1) $D_r = [-4, 1]$ และ $R_r = [0, 1.25]$
2) $D_r = [-3, 1]$ และ $R_r = [0, 1.50]$
3) $D_r = [-2, 1]$ และ $R_r = [0, 1.75]$
4) $D_r = [-2, 1]$ และ $R_r = [0, 1.80]$

24. ให้หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$r = \{(x, y) \mid 2x^2 + y^2 + 2xy + x + 1 = 0\}$$

- 1) $D_r = [0.5, 0.75]$ และ $R_r = \emptyset$
2) $D_r = \emptyset$ และ $R_r = [1, 0]$
3) $D_r = \emptyset$ และ $R_r = \emptyset$
4) $D_r = [-1, 1]$ และ $R_r = [1, 0]$

25. ให้หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$r = \{(x, y) | y = |x^2 - 4|\}$$

1) $D_r = R$ และ $R_r = [0, \infty)$

2) $D_r = R$ และ $R_r = (-\infty, 0]$

3) $D_r = [0, \infty)$ และ $R_r = R$

4) $D_r = (-\infty, 0]$ และ $R_r = R$

26. ถ้า $r = \{(x, y) | y = \frac{1}{x^2 - 2x - 3}\}$

แล้วให้หาคอมพลีเมนต์ของ $D_{r^{-1}}$

1) $D_{r^{-1}} = \left[-\frac{1}{4}, 0\right)$

2) $D_{r^{-1}} = \left(-\frac{1}{4}, 0\right]$

3) $D_{r^{-1}} = \left(-\frac{1}{4}, 0\right)$

4) $D_{r^{-1}} = \left[-\frac{1}{4}, 0\right]$

27. ให้หาขนาดพื้นที่ (ตารางหน่วย) ของกราฟที่แสดง

บริเวณ $r_1 \cap r_2$

$$r_1 = \{(x, y) / 2 \leq |x| + |y|\}$$

$$\text{และ } r_2 = \{(x, y) / |x| + |y| \leq 4\}$$

1) 24 ตร.หน่วย

2) 28 ตร.หน่วย

3) 30 ตร.หน่วย

4) 32 ตร.หน่วย

28. ถ้า $r_1 = \{(x, y) | |x| - |y| = 5\}$

และ $r_2 = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 53\}$

แล้วโดเมนของ $r_1 \cap r_2$ เป็นช่วงใด

1) $D_{r_1 \cap r_2} = [-6, -4] \cup [4, 6]$

2) $D_{r_1 \cap r_2} = [-6, -5] \cup [5, 6]$

3) $D_{r_1 \cap r_2} = [-7, -5] \cup [5, 7]$

4) $D_{r_1 \cap r_2} = [-7, -6] \cup [6, 7]$

29. ให้หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

$$f(x) = \frac{x^2 - 25}{x - 5}$$

1) $D_f = R - \{4\}$ และ $R_f = R - \{7\}$

2) $D_f = R - \{5\}$ และ $R_f = R - \{8\}$

3) $D_f = R - \{4\}$ และ $R_f = R - \{9\}$

4) $D_f = R - \{5\}$ และ $R_f = R - \{10\}$

30. ถ้า $(11 - 2\sqrt{30})^{\frac{x}{2}} = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ แล้วค่าของ x

อยู่ในช่วงในข้อใดต่อไปนี้

1) $(-2, -1]$

2) $(-1, 0]$

3) $(0, 1]$

4) $(1, 2]$

31. ให้หาค่าของ

$$\frac{1}{1 + \sin^2 \theta} + \frac{1}{1 + \cos^2 \theta} +$$

$$\frac{1}{1 + \sec^2 \theta} + \frac{1}{1 + \csc^2 \theta}$$

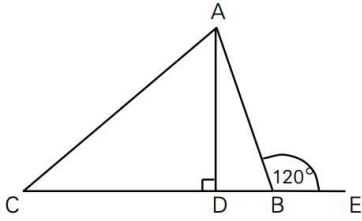
1) -1

2) 0

3) 1

4) 2

32. จากภาพ หาก $BC = 10$ และพื้นที่สามเหลี่ยม ABC เป็น $10\sqrt{3}$ ตารางหน่วย ให้หาขนาดพื้นที่สามเหลี่ยม ACD



- 1) $2\sqrt{3}$ 2) $8\sqrt{3}$
 3) $12\sqrt{3}$ 4) $16\sqrt{3}$
33. ค่าของ X จะมีค่าเท่าใด เมื่อ $0 < x < 2\pi$ เพื่อให้ $2 - \cos 2x$ มีค่ามากที่สุด
- 1) $\frac{\pi}{2}, \pi$ 2) $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$
 3) $\pi, \frac{\pi}{4}$ 4) $\pi, \frac{3\pi}{2}$
34. ให้หาค่า $\sin 4\theta$ เมื่อ $\tan \theta = \frac{1}{3}$

และ $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

- 1) $\frac{12}{25}$ 2) $\frac{16}{25}$
 3) $\frac{20}{25}$ 4) $\frac{24}{25}$

35. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$
 และถ้า $D = (B + C)A$

แล้วสมาชิกที่มีค่ามากที่สุดของ D^{-1} มีค่าเท่าไร

- 1) -2 2) -1
 3) 1 4) 2

36. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 15 & 9 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$

และ $AC = 2B$

แล้ว $\det(A^2C)$ เท่ากับเท่าไร

- 1) 12 2) 24
 3) 36 4) 48

37. กำหนดให้เมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

ให้หาเมทริกซ์ X

- 1) $\begin{bmatrix} -9 & -6 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} -9 & -4 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$
 3) $\begin{bmatrix} -8 & -5 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix} -9 & -6 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$

38. กำหนด $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ในระนาบ

ถ้า $|\vec{u}| = 4, |\vec{v}| = 3, |\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{25 + 12\sqrt{3}}$

ให้หามุมระหว่าง $\vec{u}$ และ $\vec{v}$

- 1) 130° 2) 140°
 3) 150° 4) 160°

39. $\bar{u}$ กับ $\bar{v}$ มีทิศทางเดียวกัน

$$\text{ถ้า } \frac{2}{5}\bar{u} + (6 - 3x^2)\bar{v} = 100\bar{u} + \frac{2}{3}\bar{v}$$

ให้หาค่า x

$$1) \frac{-5}{3} < x < \frac{5}{3} \quad 2) \frac{-4}{3} < x < \frac{4}{3}$$

$$3) \frac{-2}{3} < x < \frac{2}{3} \quad 4) \frac{-1}{3} < x < \frac{1}{3}$$

40. ให้หาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD

$$\text{เมื่อกำหนด } \overline{AB} = 3\bar{i} - 2\bar{j} \text{ และ}$$

$$\overline{DA} = -\bar{i} + \bar{j} - 2\bar{k}$$

$$1) \sqrt{52} \text{ ตร.หน่วย} \quad 2) \sqrt{53} \text{ ตร.หน่วย}$$

$$3) \sqrt{54} \text{ ตร.หน่วย} \quad 4) \sqrt{55} \text{ ตร.หน่วย}$$

41. ให้หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$r = \left\{ (x, y) \left| y = \frac{x+1}{x-1}, x > 1 \right. \right\}$$

$$1) D_r = (3, \infty) \text{ และ } R_r = (3, \infty)$$

$$2) D_r = (2, \infty) \text{ และ } R_r = (2, \infty)$$

$$3) D_r = (1, \infty) \text{ และ } R_r = (1, \infty)$$

$$4) D_r = (0, \infty) \text{ และ } R_r = (0, \infty)$$

42. ถ้า a, b เป็นคำตอบของสมการ

$$6^x - 3^{(x+1)} - 2^{(x+2)} + 12 = 0$$

$$\text{แล้วคำตอบของสมการ } (ab)^{(2x+1)} = (ab+3)^x$$

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

$$1) \frac{\log 3}{\log 2 - \log 3}$$

$$2) \frac{\log 4}{\log 7 - \log 16}$$

$$3) \frac{1}{\log_5 8 - 2}$$

$$4) \frac{1}{\log_2 5 - 2}$$

43. กำหนดให้

$$4\sin^2 \theta + 11\cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{แล้ว } \cot^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) + \sec(\theta - 3\pi)$$

มีค่าเท่าใด

$$1) 17$$

$$2) 18$$

$$3) 19$$

$$4) 20$$

44. กำหนดให้

$$A = \begin{bmatrix} x & -1 & x^2 \\ y^2 & 1 & 3 \\ 3 & x^2 & y \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{ถ้า } A^t + A = B$$

แล้วค่าของ x, y เป็นเท่าใด

$$1) x = -1, y = -2$$

$$2) x = -2, y = -1$$

$$3) x = 1, y = -1$$

$$4) x = -1, y = 1$$

45. กำหนดให้เมทริกซ์

$$A = \begin{bmatrix} \log 2^x & -2x \\ \log 2^{x-1} & x \end{bmatrix}$$

ให้หาค่า x ที่ทำให้ A ไม่เป็นเมทริกซ์เอกฐาน

- 1) $x \neq 0, \frac{2}{3}$ 2) $x \neq 0, \frac{1}{3}$
 3) $x \neq 1, \frac{2}{3}$ 4) $x \neq 1, \frac{1}{3}$

46. กำหนดให้เมทริกซ์

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

ให้หา $B^{-1}A^{-1}$

- 1) $\begin{bmatrix} 16 & -27 \\ -12 & 20 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} -4 & 27/4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$
 3) $\begin{bmatrix} -2 & 27/2 \\ 6 & -5/2 \end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix} 4 & 27/2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

47. ให้หาคำตอบของระบบสมการ

$$\begin{aligned} \frac{2}{x} + 3\sqrt{y} + z &= 3 \\ \frac{1}{x} + 2\sqrt{y} + z &= 1 \\ -\frac{1}{x} + 4\sqrt{y} &= -2 \end{aligned}$$

- 1) $x = 1, y = -1, z = -1$
 2) $x = 0, y = 1/2, z = -1$
 3) $x = 1/2, y = 1, z = 0$
 4) $x = 1/2, y = 0, z = -1$

48. เวกเตอร์ $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ มีสมบัติว่า $\vec{u} = |\vec{w}|$

$$\text{และ } |\vec{u} - \vec{v}| = |\vec{v} + \vec{w}|$$

ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น $\frac{\pi}{5}$

แล้วมุมระหว่าง $\vec{v}$ กับ $\vec{w}$ เป็นเท่าใด

- 1) $\frac{2}{5}\pi$ 2) $\frac{3}{5}\pi$
 3) $\frac{4}{5}\pi$ 4) π

49. สี่เหลี่ยม $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน

จุด E อยู่บน $\overline{CB}$ โดย $\overline{CE} = \frac{1}{3}\overline{CB}$,

จุด F เป็นจุดตัดของ $\overline{AC}$ กับ $\overline{DE}$,

หาก $\overline{EF} = a \overline{ED}$ และ $\overline{CF} = b \overline{CA}$

ให้หาค่า a กับ b

- 1) $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$ 2) $a = \frac{1}{3}, b = \frac{1}{2}$
 3) $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{4}$ 4) $a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{4}$

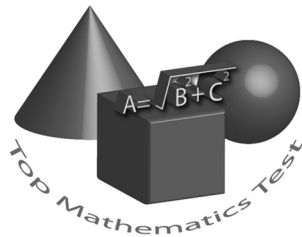
50. $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน มีพื้นที่

24 ตารางหน่วย และ $\overline{AB} \cdot \overline{AD} = 3$

ให้หาค่า $\tan(\hat{DAB})$ เมื่อ $\hat{A}$ เป็นมุมแหลม

- 1) 8° 2) 10°
 3) 12° 4) 14°

ม.5



โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ประจำปีการศึกษา 2567

เฉลยข้อสอบ : วิชาคณิตศาสตร์

ครั้งที่ 44

สอบเมื่อวันเสาร์ที่ 24 สิงหาคม 2567 เวลา 8.00 – 10.00 น.

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 5

TOP MATHEMATICS TEST

ดูประกาศผลสอบได้ที่ www.toptestcenter.com ในหัวข้อ ประกาศผลสอบ

การจัดอันดับและการมอบรางวัล แบ่งออกเป็น

ระดับประเทศ

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 – 3 ได้รับเหรียญรางวัลพร้อมทุนการศึกษา

ระดับภาค

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 ของแต่ละภาค ได้รับใบเกียรติบัตรพร้อมทุนการศึกษา

ระดับจังหวัด

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 ของแต่ละจังหวัด ได้รับใบเกียรติบัตร

การประกาศผลสอบรายบุคคล จะแสดงคะแนนที่ได้ในแต่ละส่วนและคะแนนรวม
พร้อมทั้งสรุปอันดับที่ได้ของนักเรียนแต่ละคนในระดับจังหวัด, ภาค และประเทศ



บริษัท ท็อป เทสต์ เซ็นเตอร์ จำกัด

www.toptestcenter.com

175 หมู่ 8 ถ.รามคำแหง 2 แขวงดอกไม้ เขตประเวศ กทม. 10250 โทรศัพท์ 0-2739-9130 โทรสาร 0-2720-9744

โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ สังคมศึกษา

คณิตศาสตร์ 1 วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ 2

1. ตอบข้อ 4) $(6, 0)$

ฝั่งซ้าย $(3, 4) * (0, 0) = (3 - 0, 4 + 0) = (3, 4)$

และฝั่งขวา $(x, y) * (3, 4) = (x - 3, y + 4)$

จึงได้ $3 = x - 3$ และ $4 = y + 4$

ดังนั้น $(x, y) = (6, 0)$

2. ตอบข้อ 4) $(A \cap B) \times C \subset A \times C \subset (A \cup B) \times C$

1) ผิด ..ไม่จำเป็นที่ $B = C$ ถ้าหาก $A = \emptyset$

2) ผิด ..ไม่จำเป็นต้องเป็น $\emptyset$ ทั้งคู่ คือ

$A = \emptyset$ หรือ $B = \emptyset$ อย่าได้อย่างหนึ่งก็ได้

3) ผิด ..ถ้าหาก $A = \emptyset$ โดย B เป็นเซต

อื่นใดก็จะทำให้ $A \times B = B \times A$ ได้ด้วย

4) ถูก ..เพราะ $A \cap B \subset A \subset A \cup B$

3. ตอบข้อ 2) $D_r = R - \{2\}$ และ $R_1 = R - \{1\}$

โดเมน; พิจารณาจาก $y - 1 = \frac{1}{x - 2}$

จะได้เงื่อนไข $x - 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$

..ดังนั้น $D_r = R - \{2\}$

เรนจ์; พิจารณาจาก $y = \frac{1}{x - 1}$

จะได้เงื่อนไข $y - 1 \neq 0 \Rightarrow y \neq 1$

..ดังนั้น $R_1 = R - \{1\}$

4. ตอบข้อ 1) $R_{r^{-1}} = R - \{2, -2\}$

เนื่องจาก $R_{r^{-1}} = D_r$ เสมอ ดังนั้นโจทย์ข้อนี้

จึงเป็นการให้หาโดเมนของความสัมพันธ์นั่นเอง

จากเงื่อนไขของตัวส่วน.. $x^2 - 4 \neq 0$

$(x - 2)(x + 2) \neq 0$

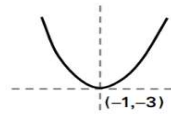
ดังนั้น $R_{r^{-1}} = R - \{2, -2\}$

5. ตอบข้อ 3) $r = \{(x, y) | y = x^2 + 2x - 2\}$

$r = \{(x, y) | y = x^2 + 2x - 2\}$

จาก $y + 2 + 1 = x^2 + 2x + 1$

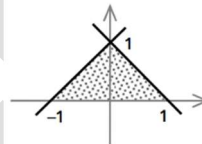
$y + 3 = (x + 1)^2$



เป็นพาราโบลาหงาย ดังรูป

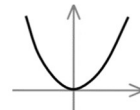
จึงได้ $D_r = R$ และ $R_r = [-3, \infty)$

6. ตอบข้อ 2) 1.0 ตร.หน่วย



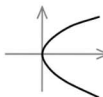
7. ตอบข้อ 3) $f(x) = \sqrt{x}$

1) $f(x) = x^2$ เป็นฟังก์ชัน แต่ไม่เป็น 1-1

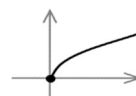


(เช่นเมื่อ $x = 2$ หรือ -2 จะได้ $y = 4$ เท่ากัน)

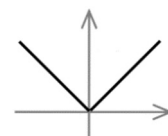
2) $[f(x)]^2 = x$ ไม่เป็นฟังก์ชัน



3) $f(x) = \sqrt{x}$ เป็นฟังก์ชัน 1-1



4) $f(x) = |x|$ เป็นฟังก์ชันแต่ไม่เป็น 1-1



(เช่นเมื่อ $x = 2$ หรือ -2

จะได้ $y = 2$ เท่ากัน)

8. ตอบข้อ 1) $f(x) = 5x - 2$

$$1) f(x) = 5x - 2$$

เป็น เพราะเป็นเส้นที่ตรงที่มีความชัน 5

$$2) f(x) = -2x + 5$$

ไม่เป็น เพราะเป็นเส้นตรงที่มีความชัน -2

$$3) f(x) = x^2 + 3$$

$$4) f(x) = x^2 + 2x + 1$$

3) และ 4) ไม่เป็น เพราะเป็นพาราโบลา จึงมีช่วงที่เกิดฟังก์ชันลดด้วย

9. ตอบข้อ 2) 2

$$2^{2x^2} + 2^{x^2+2x+2} = 2^{5+4x}$$

จะได้

$$2^{2x^2} + 2^{x^2} \cdot 2^{2x} \cdot 2^2 = 2^5 \cdot 2^{4x}$$

$$2^{2x^2} + 4 \cdot 2^{x^2} \cdot 2^{2x} = 32 \cdot 2^{4x} \dots (1)$$

สมมติให้ $2^{x^2} = a$, $2^{2x} = b$ แทนค่าในสมการ 1

$$a^2 + 4ab = 32b^2$$

$$a^2 + 4ab - 32b^2 = 0$$

$$(a + 8b)(a - 4b) = 0$$

จะได้

$$a = -8b, a = 4b$$

แทนค่า $a = 2^{x^2}$, $b = 2^{2x}$ จะได้

$$2^{x^2-2x} = -8, 2^{x^2-2x} = 4$$

แต่ $2^{x^2-2x} > 0$ เสมอ ทำให้ $2^{x^2-2x} = -8$ ไม่ได้

$$นั่นคือ $2^{x^2-2x} = 4 = 2^2$$$

$$ดังนั้น $x^2 - 2x = 2$$$

10. ตอบข้อ 3) 1

$$\cos^2 35^\circ + \sin^2 35^\circ = 1$$

$$\sec^2 70^\circ - \tan^2 70^\circ = 1$$

$$\text{และ } -\operatorname{cosec}^2 47^\circ + \cot^2 47^\circ = -1$$

(เอกลักษณ์ของตรีโกณฯ)

$$\therefore \text{ตอบ } 1 + 1 - 1 = 1$$

11. ตอบข้อ 1) 4 นิ้ว

$$5 = \frac{20}{r}$$

$$r = 4 \text{ นิ้ว}$$

12. ตอบข้อ 1) 0

$$\begin{aligned} f(2\pi) - f(0) &= \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \\ &= \cos\frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{3} = 0 \end{aligned}$$

13. ตอบข้อ 4) $\frac{15}{17}$

นำ $\sin x$ คูณสองข้าง

$$1 + \cos x = \frac{5}{3} \sin x \dots (1)$$

แก้สมการเช่นเดียวกับข้อที่แล้ว จะได้

$$\sin x = 0 \text{ หรือ } \frac{15}{17} \text{ แต่ } \sin x = 0 \text{ ไม่ได้}$$

$$\text{ดังนั้น ตอบ } \frac{15}{17}$$

14. ตอบข้อ 3) 19

แทน $\sin^2 \theta$ ด้วย $1 - \cos^2 \theta$ (เอกลักษณ์)

$$4(1 - \cos^2 \theta) + 11\cos \theta - 1 = 0$$

$$4\cos^2 \theta - 11\cos \theta - 3 = 0$$

$$(4\cos \theta + 1)(\cos \theta - 3) = 0$$

$$\cos \theta = -\frac{1}{4} \text{ หรือ } 3$$

แต่ $\cos \theta = 3$ เป็นไปไม่ได้

พบว่า $\cos \theta = -\frac{1}{4}$ โจทย์ถาม

$$\begin{aligned} & \cot^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) + \sec(\theta - 3\pi) \\ & \frac{\cos^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)}{\sin^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)} + \sec(\theta - \pi) \\ & = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} + (-\sec \theta) = \frac{15}{\frac{1}{16}} + 4 = 19 \end{aligned}$$

15. ตอบข้อ 4) $X = 7, Y = 5$

การคูณเมทริกซ์คู่หนึ่ง จะเกิดได้ก็ต่อเมื่อ จำนวนหลักของตัวตั้งเท่ากับจำนวนแถวของตัวคูณ โดยผลคูณที่ได้ก็จะเป็นเมทริกซ์ที่มีจำนวนแถวเท่ากับตัวตั้งและจำนวนหลักเท่ากับตัวคูณ หรือเขียนได้ดังนี้

$$A_{m \times n} \times B_{n \times r} = C_{m \times r}$$

ดังนั้น

$$A_{x \times 2} \times B_{2 \times 5} = C_{7 \times y}$$

$$x = 7, y = 5$$

16. ตอบข้อ 2) $\begin{bmatrix} 12 & 18 \\ 12 & 30 \end{bmatrix}$

$$A^t(BA) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 18 \\ 12 & 30 \end{bmatrix}$$

17. ตอบข้อ 2) -34

$$\begin{aligned} \det(A) &= a_{12}C_{12} + a_{22}C_{22} + a_{32}C_{32} \\ &= -(1) \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} + (0) \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} - (2) \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} \\ &= 38 - 72 = -34 \end{aligned}$$

18. ตอบข้อ ได้คะแนนฟรี (เนื่องจากโจทย์ไม่สมบูรณ์)

ต้องแก้โจทย์เป็น $\det(A) \cdot \det(B) = 16$

จะสามารถหาคำตอบ คือ 4×4

$$2A^{-1} = B \Rightarrow \frac{2^n}{|A|} = |B|$$

$$2^n = 16 \quad n = \text{มิติของ } A \text{ และ } B = 4$$

ตอบ 4×4

19. ตอบข้อ 1) $\overline{AB} = \sqrt{58}, \overline{AC} = 5, \overline{BC} = \sqrt{17}$

$$\overline{AB} = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix}$$

จะได้ว่า

$$\overline{AB} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}, |\overline{AB}| = \sqrt{3^2 + 7^2} = \sqrt{58}$$

$$\overline{AC} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}, |\overline{AC}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$\overline{BC} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix}, |\overline{BC}| = \sqrt{1^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}$$

20. ตอบข้อ 3) $\frac{1}{\sqrt{44}} \cdot (-2\bar{i} - 2\bar{j} + 6\bar{k})$

$$|\bar{v}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 6^2}$$

$$|\bar{v}| = \sqrt{44}$$

ดังนั้นตอบ $\frac{1}{\sqrt{44}} \cdot (-2\bar{i} - 2\bar{j} + 6\bar{k})$

21. ตอบข้อ 1) 439

จากสูตรยูเนียนของเซตค่าของ

$$n[(A \times B) \cup (B \times A)] \text{ สามารถคำนวณจาก } n(A \times B) + n(B \times A) - n[(A \times B) \cap (B \times A)]$$

โดยสมาชิกที่ซ้ำกันของ $A \times B$ กับ $B \times A$

เกิดจากการจับคู่กันของส่วนซ้ำกันใน A กับ B

เช่นในข้อนี้ $(A \cap B) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

จึงได้ว่า $(A \times B) \cap (B \times A)$ มีอยู่

5×5 คู่อันดับ

ดังนั้น จะได้ $(29 \times 8) + (8 \times 29) - (5 \times 5) = 439$

22. ตอบข้อ 3) 310

ถ้า $x = 1$ จะคู่กับ $y = 1, 2, 3, \dots, 25$

รวมเป็น 25 แบบ

ถ้า $x = 2$ จะคู่กับ $y = 2, 3, 4, \dots, 25$

รวมเป็น 24 แบบ

...จนถึง $x = 20$ จะคู่กับ $y = 20, 21, \dots, +6$

รวมเป็น 6 แบบ

จำนวนคู่อันดับรวม $25+24+23+\dots+6 = 310$

23. ตอบข้อ 1) $D_r = [-4, 1]$ และ $R_r = [0, 1.25]$

จากสมการ $2y = \sqrt{4 - 3x - x^2}$

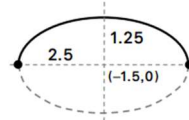
เมื่อยกกำลังสองจะได้ $4y^2 = 4 - 3x - x^2$

เป็นสมการวงรีซึ่งจัดรูปได้ดังนี้

$$(x^2 + 3x + (9/4)) + 4y^2 = 4 + (9/4)$$

$$\frac{(x + 1.5)^2}{25/4} + \frac{y^2}{25/16} = 1$$

เขียนกราฟได้ดังรูป



..พบว่า $D_r = [-4, 1]$

และ $R_r = [0, 1.25]$

24. ตอบข้อ 3) $D_r = \emptyset$ และ $R_r = \emptyset$

โดเมน; จัดรูปสมการได้ดังนี้

$$y^2 + (-2x)y + (2x^2 + x + 1) = 0$$

ใช้สูตรของสมการกำลังสองในการหาค่า y

ได้เป็น

$$y = \frac{2x \pm \sqrt{4x^2 - 8x^2 - 4x - 4}}{2}$$

$$y = x \pm \sqrt{-x^2 - x - 1}$$

เงื่อนไขที่ทำให้หาค่า y ได้คือ

$$-x^2 - x - 1 \geq 0$$

$$x^2 + x + 1 \leq 0$$

พหุนามแยกตัวประกอบเป็นจำนวนจริงไม่ได้

แสดงว่ามีค่าเป็นบวกเสมอ อสมการนี้จึงเป็นไป

ไม่ได้

..ดังนั้น $D_r = \emptyset$

หมายเหตุ ทดลองจัดกำลังสองสมบูรณ์ก็ได้ จะ

ได้ผลเป็น $(x + 0.5)^2 + 0.75 \leq 0$

..ซึ่งเป็นไปไม่ได้

เรนจ์; เนื่องจาก $D_r = \emptyset$

แสดงว่าภายใน R ไม่มีคู่อันดับใดๆ อยู่เลย

..ดังนั้นจึงได้ $R_r = \emptyset$ ด้วย

25. ตอบข้อ 1) $D_r = R$ และ $R_r = [0, \infty)$

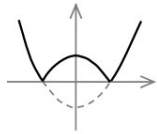
กราฟของสมการ $y = |x^2 - 4|$

สร้างขึ้นจากสมการพาราโบลา $y = x^2 - 4$

แต่ค่าสัมบูรณ์จะทำให้มีเงื่อนไขว่า $y \geq 0$ เสมอ

กราฟในส่วนที่ค่า y เดิมติดลบ

จะถูกพลิกขึ้นด้านบนให้เป็นค่าบวก ดังรูป



ดังนั้น $D_r = R$ และ $R_r = [0, \infty)$

26. ตอบข้อ 2) $D_{r^{-1}} = \left(-\frac{1}{4}, 0\right]$

เนื่องจาก $D_{r^{-1}} = R_r$ จึงจัดรูปสมการดังนี้

$$x^2 - 2x - 3 = \frac{1}{y}$$

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{y} + 3 + 1$$

$$(x - 1)^2 = \frac{1}{y} + 4 = \frac{4y + 1}{y}$$

พบว่าเงื่อนไขคือ $\frac{4y + 1}{y} \geq 0$

เขียนเส้นจำนวนได้เป็น

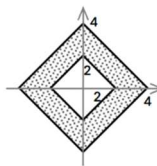
$$D_{r^{-1}} = \left(-\infty, -\frac{1}{4}\right] \cup (0, \infty)$$

..ดังนั้น คอมพลิเมนต์ของ $D_{r^{-1}}$

$$\left(-\frac{1}{4}, 0\right]$$

ก็คือ

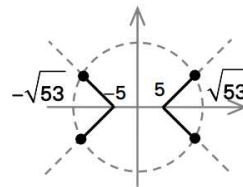
27. ตอบข้อ 1) 24 ตร.หน่วย



$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 8\right) - \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4\right) \\ \text{พื้นที่} &= 32 - 8 = 24 \text{ ตร.หน่วย} \end{aligned}$$

28. ตอบข้อ 3) $D_{r_1 \cap r_2} = [-7, -5] \cup [5, 7]$

เขียนกราฟ $r_1 \cap r_2$ ได้ดังรูป



แก้ระบบสมการเพื่อหาจุดตัดทั้งสองได้ผลเป็น $(\pm 7, \pm 2)$

ดังนั้น $D_{r_1 \cap r_2} = [-7, -5] \cup [5, 7]$

29. ตอบข้อ 4) $D_f = R - \{5\}$ และ $R_f = R - \{10\}$

จากสมการในโจทย์ มีตัวส่วน จึงได้เงื่อนไขว่า

ส่วนห้ามเป็น 0 ..นั่นคือ $D_f = R - \{5\}$

จากนั้นจัดรูปสมการ

$$y = \frac{(x-5)(x+5)}{x-5} = x + 5$$

(สามารถตัดเศษส่วนแบบนี้ได้ เพราะส่วนไม่เป็น 0)

พบว่า ไม่มีเงื่อนไขใดเกิดขึ้นที่ y แต่เนื่องจากในโดเมน

ต้องไม่มี 5 ในเรนจ์ จึงไม่มี 10

..นั่นคือ $R_f = R - \{10\}$

หมายเหตุ หากเขียนกราฟจะได้เป็นรูปเส้นตรง

แต่ขาดหายไปหนึ่งจุด นั่นคือจุด $(5, 10)$

30. ตอบข้อ 1) $(-2, -1]$

$$(11 - 2\sqrt{30})^{\frac{x}{2}} = \sqrt{6} + \sqrt{5}$$

จัดรูปเป็น

$$(6 + 5 - 2\sqrt{6 \cdot 5})^{\frac{x}{2}} = (\sqrt{6} + \sqrt{5}) \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{\sqrt{6} - \sqrt{5}} \right)$$

$$\left((\sqrt{6})^2 - 2\sqrt{6}\sqrt{5} + \sqrt{5}^2 \right)^{\frac{x}{2}} = \frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{5}}$$

$$\left[(\sqrt{6} - \sqrt{5})^2 \right]^{\frac{x}{2}} = (\sqrt{6} - \sqrt{5})^{-1}$$

$$(\sqrt{6} - \sqrt{5})^x = (\sqrt{6} - \sqrt{5})^{-1}$$

$$x = -1$$

ดังนั้น ค่าของ $x = -1$ อยู่ในช่วง $(-2, -1]$

31. ตอบข้อ 4) 2

$$\text{จาก } \frac{1}{1 + \sin^2 \theta} + \frac{1}{1 + \operatorname{cosec}^2 \theta}$$

$$= \frac{1}{1 + \sin^2 \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta + 1} = \frac{1 + \sin^2 \theta}{1 + \sin^2 \theta} = 1$$

$$\text{และ } \frac{1}{1 + \cos^2 \theta} + \frac{1}{1 + \sec^2 \theta}$$

$$= \frac{1}{1 + \cos^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta + 1} = \frac{1 + \cos^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} = 1$$

$\therefore$ ตอบ $1+1=2$

32. ตอบข้อ 2) $8\sqrt{3}$

$$BC = 10, \text{ พื้นที่ } \triangle ABC = 10\sqrt{3}$$

$$\therefore 10\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 10 \times AD \Rightarrow AD = 2\sqrt{3}$$

$$\hat{A}BE = 120^\circ \Rightarrow \hat{A}BD = 60^\circ$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{AD}{DB} = \frac{2\sqrt{3}}{DB}$$

$$\text{จะได้ } DB = 2 \therefore CD = 8$$

$$\text{และพื้นที่ } \triangle ACD = \frac{1}{2} \times 8 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

33. ตอบข้อ 2) $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

$$2 - \cos 2x \text{ มากสุดแสดงว่า } \cos 2x \text{ น้อยสุด}$$

$$\cos 2x = -1 \text{ (ต่ำสุดของ } \cos)$$

$$\therefore 2 - \cos 2x \text{ มากสุดเท่ากับ 3}$$

$$\text{เมื่อ } \cos 2x = -1$$

$$2x = \pi, 3\pi$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

34. ตอบข้อ 4) $\frac{24}{25}$

$$\tan \theta = \frac{1}{3} \text{ แสดงว่า } \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

(เพราะ θ อยู่ใน Q_1)

$$\therefore \sin 4\theta = 2 \sin 2\theta \cos 2\theta$$

$$= 2(2 \sin \theta \cos \theta)(1 - 2 \sin^2 \theta)$$

$$= 2(2) \left(\frac{1}{\sqrt{10}} \right) \left(\frac{3}{\sqrt{10}} \right) \left(1 - \frac{2}{10} \right) = \frac{96}{100} = \frac{24}{25}$$

35. ตอบข้อ 3) 1

$$\text{จาก } D = \left(\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{ดังนั้น } D^{-1} = \frac{1}{-2+1} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

จะได้ว่า D^{-1} มีสมาชิกมากที่สุด คือ 1

36. ตอบข้อ 4) 48

$$\text{จาก } AC = 2B \rightarrow A^2C = A^2C = 2AB \text{ ดังนั้น}$$

$$\det(A^2C) = \det(2AB)$$

$$= 2^2 \det A \det B$$

$$= 4(6-4)(60-54)$$

$$= (4)(2)(6) = 48$$

37. ตอบข้อ 4) $\begin{bmatrix} -9 & -6 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1} \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & -6 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$$

38. ตอบข้อ 3) 150°

$$\sqrt{25 + 12\sqrt{3}} = \sqrt{4^2 + 3^2 - 2(4)(3)\cos \theta_{uv}}$$

$$= \sqrt{25 - 24\cos \theta_{uv}}$$

$$\therefore \cos \theta_{uv} = -\sqrt{3}/2 \Rightarrow \theta_{uv} = 150^\circ$$

39. ตอบข้อ 2) $\frac{-4}{3} < x < \frac{4}{3}$

$$\left(6 - 3x^2 - \frac{2}{3}\right)\bar{v} = 100 - \frac{2}{5}\bar{u}$$

ทิศเดียวกัน แสดงว่า สัมประสิทธิ์ของ $\bar{v}$ เป็นบวกด้วย

$$-3x^2 + \frac{16}{3} > 0 \Rightarrow 9x^2 - 16 < 0$$

$$\frac{-4}{3} < x < \frac{4}{3}$$

จะได้ว่า

40. ตอบข้อ 2) $\sqrt{53}$ ตร.หน่วย

$$\overline{AB} = 3\bar{i} - 2\bar{j}, \quad \overline{AD} = \bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}$$

$$\therefore \overline{AB} \times \overline{AD} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 3 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -4\bar{i} - 6\bar{j} - \bar{k}$$

$$\text{พื้นที่ } \square = \sqrt{4^2 + 6^2 + 1^2} = \sqrt{53} \text{ ตร.หน่วย}$$

41. ตอบข้อ 3) $D_r = (1, \infty)$ และ $R_r = (1, \infty)$

$$\text{โดเมน; พิจารณาจาก } y = \frac{x+1}{x-1}$$

$$\text{จะได้เงื่อนไขเป็น } x \neq 1$$

แต่โจทย์เพิ่มเงื่อนไขว่า $x > 1$ ด้วย

$$\therefore \text{ดังนั้น } D_r = (1, \infty)$$

เรนจ์; จัดรูปสมการเพื่อพิจารณา ได้ดังนี้

$$xy - y = x + 1 \Rightarrow xy - x = y + 1$$

$$x = \frac{y+1}{y-1}$$

..แต่เนื่องจากโดเมนถูกบังคับเป็น $x > 1$

$$\text{จึงได้เงื่อนไขว่า } \frac{y+1}{y-1} > 1 \text{ ซึ่งแก้สมการ}$$

ได้เป็น

$$\frac{y+1}{y-1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{y+1-y+1}{y-1} > 0$$

$$\frac{2}{y-1} > 0 \Rightarrow y > 1$$

(อาศัยเส้นจำนวนก็ได้)

$$\therefore \text{ดังนั้น } R_r = (1, \infty)$$

42. ตอบข้อ 4) $\frac{1}{\log_2 5 - 2}$

$$6^x - 3^{x+1} - 2^{x+2} + 12 = 0$$

$$3^x(2^x - 3) - 2^2(2^x - 3) = 0$$

$$(3^x - 2^2)(2^x - 3) = 0$$

ดังนั้น

$$3^x = 4$$

$$x \log 3 = \log 4$$

$$x = \frac{\log 4}{\log 3}$$

$$x = \frac{2 \log 2}{\log 3}$$

และ

$$2^x = 3$$

$$x \log 2 = \log 3$$

$$x = \frac{\log 3}{\log 2}$$

จะได้ว่า

$$ab = \frac{2 \log 2}{\log 3} \cdot \frac{\log 3}{\log 2}$$

$$= 2$$

ดังนั้น

$$(ab)^{2x} + 1 = (ab + 3)^x$$

แทน $ab = 2$

เข้าไปในสมการ

$$2^{2x} + 1 = 5^x$$

$$(2x + 1) \log 2 = x \log 5$$

$$2x + \frac{1}{x} = \frac{\log 5}{\log 2}$$

$$2 + \frac{1}{x} = \log_2 5$$

$$\frac{1}{x} = \log_2 5 - 2$$

$$x = \frac{1}{\log_2 5 - 2}$$

43. ตอบข้อ 3) 19

แทน $\sin^2 \theta$ ด้วย $1 - \cos^2 \theta$ (เอกลักษณ์)

$$4(1 - \cos^2 \theta) + 11 \cos \theta - 1 = 0$$

$$4 \cos^2 \theta - 11 \cos \theta - 3 = 0$$

$$(4 \cos \theta + 1)(\cos \theta - 3) = 0$$

$$\cos \theta = -\frac{1}{4} \text{ หรือ } 3$$

แต่ $\cos \theta = 3$ เป็นไปไม่ได้

$$\cos \theta = -\frac{1}{4}$$

พบว่า

โจทย์ถาม

$$\cot^2 \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) + \sec(\theta - 3\pi)$$

$$\frac{\cos^2 \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right)}{\sin^2 \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right)} + \sec(\theta - \pi)$$

$$= \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} + (-\sec \theta) = \frac{15}{16} + 4 = 19$$

44. ตอบข้อ 4) $x = -1, y = 1$

$$A^t + A = \begin{bmatrix} x & y^2 & 3 \\ -1 & 1 & x^2 \\ x^2 & 3 & y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x & -1 & x^2 \\ y^2 & 1 & 3 \\ 3 & x^2 & y \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2x & y^2 & x^2+3 \\ y^2-1 & 2 & x^2+3 \\ x^2+3 & x^2+3 & 2y \end{bmatrix}$$

$$= B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

พิจารณาจากตำแหน่ง 11 กับ 33

$$2x = -2, 2y = 2$$

ก็จะพบว่า $x = -1, y = 1$

45. ตอบข้อ 1) $x \neq 0, \frac{2}{3}$

$$\begin{vmatrix} \log 2^x & -2x \\ \log 2^{x-1} & x \end{vmatrix} \neq 0$$

$$x \log 2^x + 2x \log 2^{x-1} \neq 0$$

$$x^2 \log 2 + (2x^2 - 2x) \log 2 \neq 0$$

$$3x^2 - 2x^{10} \Rightarrow x \neq 0, \frac{2}{3}$$

46. ตอบข้อ 2) $\begin{bmatrix} -4 & 27/4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} B^{-1}A^{-1} &= \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{-4} \begin{bmatrix} 16 & -27 \\ -12 & 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 27/4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

47. ตอบข้อ 4) $x = 1/2, y = 0, z = -1$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/x \\ \sqrt{y} \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} &= \begin{vmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 4 & 0 \end{vmatrix} \div \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & 0 \end{vmatrix} \\ &= \frac{-10}{-5} = 2 \end{aligned}$$

$$\therefore x = 1/2$$

แทนลงในโจทย์จะได้

$$y = 0, z = -1$$

48. ตอบข้อ 3) $\frac{4}{5}\pi$

ให้ $|\vec{u}| = |\vec{w}| = a$ จะได้

$$\sqrt{a^2 + |\vec{v}|^2 - 2a|\vec{v}|\cos \theta_{uv}}$$

$$= \sqrt{|\vec{v}|^2 + a^2 - 2|\vec{v}|a \cos \theta_{uv}}$$

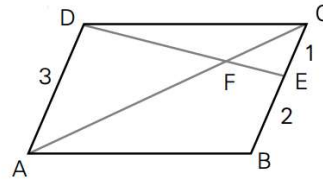
$$\cos \theta_{uv} = -\cos \theta_{uv}$$

$$\theta_{uv} = \frac{\pi}{5} \quad \theta_{uv} = \frac{4\pi}{5}$$

เนื่องจาก ดังนั้น

(มองจากวงกลมหนึ่งหน่วยในเรขาคณิต)

49. ตอบข้อ 4) $a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{4}$



จาก สามเหลี่ยมคล้าย AFD กับ CFE

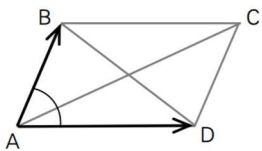
$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } EF : FD &= CF : FA = EC : DA \\ &= 1 : 3 \end{aligned}$$

ดังนั้น $\overline{EF} = \frac{1}{4} \overline{ED}$

และ $\overline{CF} = \frac{1}{4} \overline{CA}$

จะได้ $a = b = \frac{1}{4}$

50. ตอบข้อ 1) 8°



$$\text{พื้นที่ } \square = |\overline{AB}| |\overline{AD}| \sin \theta = 24$$

$$\overline{AB} \cdot \overline{AD} = |\overline{AB}| |\overline{AD}| \cos \theta = 3$$

$$\therefore \tan \theta = 8$$