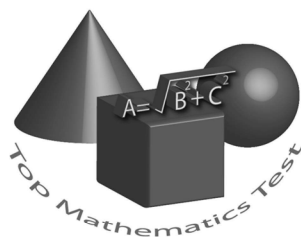


ม.5



โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาคเรียนที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2568

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์

ครั้งที่ 46

สอบวันเสาร์ที่ 2 สิงหาคม 2568 เวลา 08.00 – 10.00 น.

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 5

เลขประจำตัวสอบ ชื่อ – สกุล ห้องเรียน เลขที่

การระบายที่ถูกต้อง

9	0	1	0	4	2
0	●	0	●	0	0
1	1	●	1	1	1
2	2	2	2	2	●
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	●	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
●	9	9	9	9	9

การระบายที่ไม่ถูกต้อง

9	0	1	0	4	2
0	●	0	●	0	0
1	1	●	1	1	1
2	2	2	2	2	●
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	●	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
●	9	9	9	9	9

⚠ คำเตือน

ผู้ที่ระบายรหัสประจำตัวผู้เข้าสอบไม่ถูกต้อง
ระบบจะไม่ตรวจกระดาษคำตอบของท่าน

คำชี้แจงในการทำข้อสอบ

- ข้อสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 7 หน้า
มีจำนวนข้อทั้งหมด 50 ข้อ คะแนนเต็ม 150 คะแนน
แบ่งตามเนื้อหาสาระ ดังนี้
- ข้อที่ 1 – 20 : พื้นฐานและความเข้าใจ 40 คะแนน
- ข้อที่ 21 – 40 : การวิเคราะห์/การประยุกต์ใช้ 60 คะแนน
- ข้อที่ 41 – 50 : การสังเคราะห์/ประเมินค่า 50 คะแนน
- ในแต่ละข้อให้เลือกรายการคำตอบที่คิดว่าถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว
ลงในกระดาษคำตอบด้วยดินสอดำ (2B ขึ้นไป)
- หากพบว่าข้อใดไม่มีคำตอบที่ถูกต้องให้ระบายตัวเลือกที่ 5
- หากพบว่ามีกรณีทุจริตในการสอบจะตัดสิทธิ์ออกจากสอบทันที



บริษัท ท็อป เทสต์ เซ็นเตอร์ จำกัด

www.toptestcenter.com

175 หมู่ 8 ถ.รามคำแหง 2 แขวงดอกไม้ เขตประเวศ กทม. 10250 โทรศัพท์ 0-2739-9130 โทรสาร 0-2720-9744

โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ สังคมศึกษา

คณิตศาสตร์ 1 วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ 2

1. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $16^{\frac{-3}{2}} = \frac{1}{64}$

ข. $(\sqrt[3]{25} \times \sqrt{2})^6 = 2,500$

ค. $\sqrt{50} + \sqrt{32} - \sqrt{18} = 5\sqrt{2}$

ข้อใดถูกต้อง

- 1) ข้อ ก ถูกข้อเดียว 2) ข้อ ก และ ข้อ ข ถูก
3) ข้อ ค ถูกข้อเดียว 4) ไม่มีข้อใดถูก

2. ข้อใดไม่ถูกต้อง

1) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{12} = 2\sqrt[3]{3}$

2) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3} = \sqrt[12]{a^{17}}$

3) กำหนด $n \in \mathbb{Z}^+$ และ n เป็นจำนวนคู่

$\sqrt[n]{xy^2} \cdot \sqrt[3n]{x^{3n-1}} \cdot y^{3n-2} = xy$

4) $5\sqrt[3]{4}(2\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{14}) = 20\sqrt[3]{3} + 10\sqrt[3]{7}$

3. รูปร่างง่ายของ $\frac{\sqrt[3]{3} + 1}{\sqrt[3]{3} - 1}$ ตรงกับข้อใด

- 1) $2 + \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3}$ 2) $2 - \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3}$
3) $2 + \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3}$ 4) $2 - \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3}$

4. ค่าของ $(\sqrt[3]{5 - \sqrt{17}})(\sqrt[3]{5 + \sqrt{17}})$

มีค่าตรงกับข้อใด

- 1) 2 2) 3
3) 5 4) 10

5. จำนวน $\frac{7 - \sqrt{5}}{7 + \sqrt{5}}$ ทำให้อยู่ในรูปตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์
ได้ตามข้อใด

- 1) $\frac{27 - 7\sqrt{5}}{22}$ 2) $\frac{44 - 4\sqrt{5}}{22}$
3) $\frac{44 - 4\sqrt{5}}{44}$ 4) $\frac{54 - 14\sqrt{5}}{44}$

6. ค่าของ $(2^2)^3$ น้อยกว่า 2^{3^2} อยู่เท่าใด

- 1) 448 2) 320
3) 168 4) 128

7. ค่าของ $2^{\frac{1}{4}}(1 + 2^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{3}{4}})(2^{-\frac{1}{4}} + 2^{\frac{1}{4}} - 2^{\frac{1}{2}})$

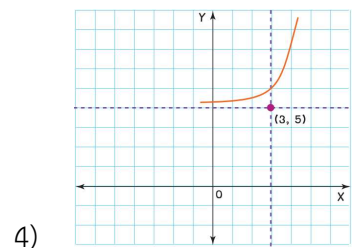
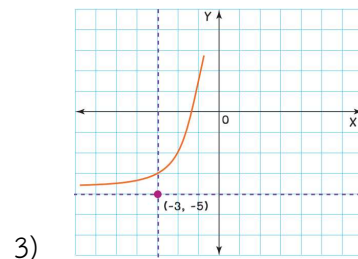
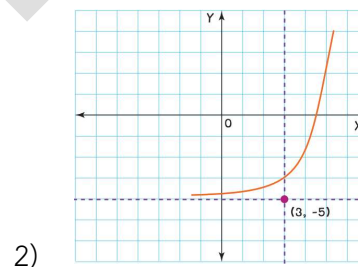
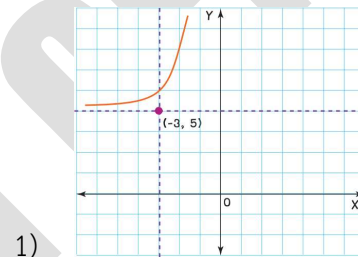
ตรงกับข้อใด

- 1) 1 2) 2
3) 3 4) 4

8. ร้านค้าแห่งหนึ่งจ่ายค่าแรงให้กับพนักงานขายดังนี้
จ่ายค่าแรงรายวันวันละ 360 บาท และจ่ายเพิ่ม
ให้อีก 0.05 ของยอดขายสินค้า ถ้าวันนี้พนักงาน
ขายสินค้าได้ 4,800 บาท พนักงานขายมีรายได้
วันนี้กี่บาท

- 1) 550 บาท 2) 575 บาท
3) 600 บาท 4) 625 บาท

9. กราฟของฟังก์ชัน $y = 2^{x+3} + 5$
คือกราฟในข้อใดต่อไปนี้



10. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นเซตคำตอบของสมการ

$$\cos 2\theta = \cos \theta - 1 \text{ เมื่อ } 0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$$

- 1) $\{90^\circ, 270^\circ\}$
- 2) $\{60^\circ, 300^\circ\}$
- 3) $\{60^\circ, 90^\circ, 270^\circ, 300^\circ\}$
- 4) $\{45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 270^\circ, 300^\circ\}$

11. กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC มีด้าน AB ยาว

$$\sqrt{12} \text{ หน่วย ด้าน AC ยาว } \sqrt{8} \text{ หน่วย มุม } B = 45^\circ$$

พื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABC มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1) $\sqrt{3} + 1$ ตารางหน่วย
- 2) $2(\sqrt{3} + 1)$ ตารางหน่วย
- 3) $\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)$ ตารางหน่วย
- 4) $2\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)$ ตารางหน่วย

12. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปหนึ่ง มีด้านยาวแต่ละ

ด้านยาว a หน่วย มีพื้นที่ 648 ตารางหน่วย และมุมหนึ่งมีขนาด 150° ค่าของ a เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1) 18 หน่วย
- 2) 24 หน่วย
- 3) 36 หน่วย
- 4) 48 หน่วย

13. ถ้า A, B และ C เป็นเมทริกซ์ที่มีมิติ $n \times n$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) ถ้า $BA + BC = 0$ แล้ว $B = 0$ หรือ $A = -C$
- 2) $BA + CA = A(B + C)$
- 3) ถ้า $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{bmatrix}$ แล้วจะได้ $A^2 = I$
- 4) ถ้า A และ B เป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีมิติ

$$n \times n \text{ และ } B = AA^t \text{ แล้ว } B^t = B$$

14. กำหนดให้

$$\begin{bmatrix} x & y & z+1 \\ 5 & 3 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \\ u & 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & v & w+5 \end{bmatrix}$$

ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

- 1) $y = -2$
- 2) $z = 5$
- 3) $u = 5$
- 4) $w = -3$

$$15. \text{ ถ้า } A \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 14 & 17 \end{bmatrix}$$

แล้ว A เท่ากับเมทริกซ์ข้อใด

- 1) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
- 2) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$
- 3) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$
- 4) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

16. ผลคูณของเมทริกซ์ในข้อใดต่อไปนี้เท่ากับ

เมทริกซ์ศูนย์

- 1) $\begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -8 & -4 \end{bmatrix}$
- 2) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$
- 3) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$
- 4) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

17. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง

- 1) ถ้า $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$ แล้ว $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$
- 2) ถ้า $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 6 \end{bmatrix}$ แล้ว $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$
- 3) ถ้า $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 12 \end{bmatrix}$ แล้ว $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$
- 4) ถ้า $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \end{bmatrix}$ แล้ว $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$

18. กำหนด A (-2, 1) และ B (7, 4)

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศทางเดียวกับ $\overrightarrow{AB}$

คือเวกเตอร์ใดต่อไปนี้

- 1) $\frac{\sqrt{10}}{10} \vec{i} + \frac{3\sqrt{10}}{10} \vec{j}$
- 2) $\frac{3\sqrt{10}}{10} \vec{i} + \frac{\sqrt{10}}{10} \vec{j}$
- 3) $\frac{2\sqrt{10}}{10} \vec{i} + \frac{3\sqrt{10}}{10} \vec{j}$
- 4) $\frac{3\sqrt{10}}{10} \vec{i} + \frac{2\sqrt{10}}{10} \vec{j}$

29. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) คาบของฟังก์ชัน $f(x) = \sin 3\pi x$ คือ $\frac{1}{3}$
- 2) ถ้า $\sin A \cos B = 1$ แล้ว $\sin A = \cos B$ เท่านั้น
- 3) $\cos^4 \theta - \sin^4 \theta = 1 + 2 \sin^2 \theta$ สำหรับทุก θ
- 4) ถ้า x อยู่ในโดเมนของ $\arcsin$ และ $\arcsin(\cos x) = 0$ แล้ว $x = \frac{\pi}{2}$ เท่านั้น

30. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) $\cos \frac{5\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}$ มีค่าเท่ากับ $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- 2) $\arctan(\cot \frac{17\pi}{3})$ มีค่าเท่ากับ $\frac{5\pi}{6}$
- 3) $\cos(\arcsin \frac{5}{13} + \arccos \frac{3}{5})$ มีค่าเท่ากับ $\frac{56}{65}$
- 4) $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{\pi}{4}$ มีค่าเท่ากับ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

31. กำหนด $0 \leq y < \frac{\pi}{2}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) ถ้า $\sin x = \sin y$ แล้ว $\cos x = \cos y$
- 2) ถ้า $x = n\pi \pm y$ เมื่อ $n \in \mathbb{Z}$
แล้ว $\cos x = \cos y$
- 3) ถ้า $\tan x = \tan y$ แล้ว $\sin x = \sin y$
และ $\cos x = \cos y$
- 4) ถ้า $\operatorname{cosec} x = \operatorname{cosec} y$ แล้ว $n\pi + (-1)^n y$
เมื่อ $n \in \mathbb{Z}$

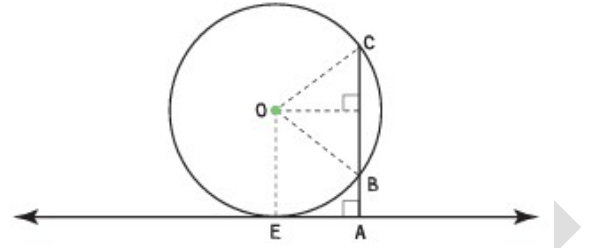
32. ค่าของ x จากสมการ $\sqrt{3} \cot \frac{1}{x} \sin x - \sin x = 0$

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1) $n\pi, \frac{3}{(3n+1)\pi}$
- 2) $n\pi, \frac{(3n+1)\pi}{3}$
- 3) $n\pi$
- 4) $\frac{(3n+1)\pi}{3}$

33. จากรูป ถ้า $\overline{AE}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่มี O

เป็นจุดศูนย์กลางและ $\angle BEC = 30^\circ$ ถ้า $AE = 30$ ฟุต
 $\overline{BC}$ ยาวเท่าไร



- 1) $5\sqrt{3}$ ฟุต
- 2) $10\sqrt{3}$ ฟุต
- 3) $20\sqrt{3}$ ฟุต
- 4) $30\sqrt{3}$ ฟุต

34. กำหนด $A = 72^\circ$, $B = 2$, $C = \sqrt{5} + 1$

ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

- 1) $A = \sqrt{5} + 1$
- 2) $B = 36^\circ$
- 3) $C = 150^\circ$
- 4) $C - B = 36^\circ$

35. กำหนด $A = \begin{bmatrix} \sin^2 t & 1 \\ 1 & 4\cos^2 t \end{bmatrix}$ เมื่อ $0 \leq t \leq \pi$

ถ้าไม่มีอินเวอร์สการคูณของ A แล้ว t มีค่าเท่าไร

- 1) $\frac{\pi}{2}$ หรือ $\frac{3\pi}{2}$
- 2) $\frac{\pi}{4}$ หรือ $\frac{3\pi}{4}$
- 3) $\frac{\pi}{6}$ หรือ $\frac{3\pi}{4}$
- 4) $\frac{\pi}{6}$ หรือ $\frac{\pi}{2}$

36. ถ้าผลบวกระหว่าง

$$A = \begin{bmatrix} x & -1 & x^2 \\ y^2 & 1 & 3 \\ 3 & x^2 & y \end{bmatrix} \text{ และ } A' = 2 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

แล้วค่าของ x และ y ตรงกับข้อใด

- 1) $x = 1, y = 1$
- 2) $x = -1, y = 1$
- 3) $x = -1, y = -1$
- 4) $x = 1, y = -1$

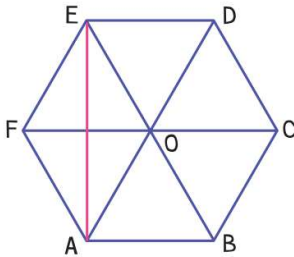
37. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ a & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ และ
 $C = 2AB^{-1} + B^{-1}$ ค่าของ a ที่ทำให้ $\det(C) = 1$
 เท่ากับจำนวนใดต่อไปนี้

- 1) 3 2) $\frac{11}{4}$
 3) $\frac{8}{3}$ 4) 2

38. ให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีพิกัด
 ของจุด A เป็น $(-1, 2)$ และกำหนด
 $\overrightarrow{AB} = 9\vec{i} + 4\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = -\vec{i} + 5\vec{j}$
 พิกัดของจุด C ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1) (7, 11) 2) (8, 11)
 3) (9, 11) 4) (8, 9)

39. จากรูป ABCDEF เป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่า
 ข้อใดต่อไปนี้ ไม่ถูกต้อง



- 1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD}$
 2) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD}$
 3) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AD}$
 4) $4\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + 5\overrightarrow{AF} = 5\overrightarrow{AD}$

40. กำหนดให้ $\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ และ $\vec{v} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$
 เวกเตอร์ในข้อใดต่อไปนี้ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วย
 ที่ขนานกับ $\vec{u}$ และมีขนาดเท่ากับ $\vec{v}$

1) $-3\vec{i} - 4\vec{j}$
 2) $3\vec{i} - 4\vec{j}$ และ $-3\vec{i} + 4\vec{j}$
 3) $-3\vec{i} + 4\vec{j}$
 4) $-3\vec{i} + 4\vec{j}$ และ $-3\vec{i} - 4\vec{j}$

41. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) โรงงานแห่งหนึ่งผลิตลำโพงบลูทูธวันละ x เครื่อง
 ขายได้กำไรทั้งหมด p บาท ความสัมพันธ์ระหว่าง
 p กับ x คือ $P = -\frac{1}{4}x^2 + 200x - 20$ จะต้องผลิต
 ลำโพงบลูทูธ 400 เครื่อง จึงจะได้กำไรสูงสุด

(2) ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันกำลังสอง
 (quadratic function) ซึ่งมีกราฟตัดแกน Y
 ที่จุด $(0, -6)$ และตัดแกน X ที่จุด $(-2, 0)$ และ
 $(3, 0)$ แล้ว $\{x \in R | f(x) < 0\} = \{x \in R | -2 < x < 3\}$
 ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) ถูกเฉพาะข้อ (1)
 2) ถูกเฉพาะข้อ (2)
 3) ถูกต้องทั้งข้อ (1) และ (2)
 4) ผิดทั้งข้อ (1) และข้อ (2)

42. เจ้าของหอพักแห่งหนึ่งพบว่า ผลกำไรมี
 ความสัมพันธ์กับจำนวนห้องดังนี้ $y = 880x - 10x^2$
 เมื่อ y เป็นกำไร x เป็นจำนวนห้อง
 ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) เจ้าของหอพักต้องมีห้องเช่า 88 ห้อง
 จึงจะทำให้ได้กำไรมากที่สุดเป็น 19,360 บาท
 2) เจ้าของหอพักต้องมีห้องเช่า 44 ห้อง
 จึงจะทำให้ได้กำไรมากที่สุดเป็น 19,360 บาท
 3) เจ้าของหอพักต้องมีห้องเช่า 88 ห้อง
 จึงจะทำให้ได้กำไรมากที่สุดเป็น 38,720 บาท
 4) เจ้าของหอพักต้องมีห้องเช่า 44 ห้อง
 จึงจะทำให้ได้กำไรมากที่สุดเป็น 38,720 บาท

43. อาคารที่ให้บริการจอดรถคิดค่าจอดรถไม่เกิน

2 ชั่วโมง คิดเหมาจ่าย 30 บาท และทุก ๆ

1 ชั่วโมง ต่อไป คิดค่าจอดรถชั่วโมงละ 20 บาท

โดยเศษของชั่วโมงคิดเป็น 1 ชั่วโมง

ถ้าอรุณจ่ายค่าจอดรถ 90 บาท ข้อใดกล่าวถูกต้อง

- 1) อรุณจอดรถเกิน 4 ชั่วโมง
- 2) อรุณจอดรถน้อยกว่า 5 ชั่วโมง
- 3) อรุณจอดรถมากกว่า 4 ชั่วโมง
แต่น้อยกว่า 5 ชั่วโมง
- 4) อรุณจอดรถมากกว่า 4 ชั่วโมง
แต่ไม่เกิน 5 ชั่วโมง

44. หอคอยแห่งหนึ่งสูง 80 ฟุต มีเสาธงปักอยู่บนยอด

ที่จุดบนพื้นที่ซึ่งห่างจากหอคอย 100 ฟุต เสาธง

รองรับมุมที่จุดนี้เป็นมุม $\arctan \frac{1}{9}$ เสาธงสูงเท่าไร

- 1) 10 ฟุต
- 2) 20 ฟุต
- 3) 25 ฟุต
- 4) 30 ฟุต

45. กำหนด $\begin{bmatrix} 1 & x \\ 2 & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ x & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & y \end{bmatrix}$

ค่าของ $x^2 + 3x + 3y + xy$ เท่ากับข้อใด

- 1) -1
- 2) 0
- 3) 1
- 4) หาค่าไม่ได้

46. กำหนด A และ B เป็นเมทริกซ์จัตุรัส

โดยที่ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ และ $(AB)^t = (AB)^{-1}$

ข้อใดถูกต้อง

- 1) $\det(A) = \det(B)$
- 2) $\det(A)\det(B) > 0$
- 3) $\det(A)\det(B) = 0$
- 4) $\det(A^2) = \det(B^2)$

47. กำหนดให้ $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} + 5\vec{j}$ และ $\overrightarrow{OB} = 8\vec{i} + 2\vec{j}$

รูปสามเหลี่ยม OAB มีพื้นที่เท่าไร

- 1) $\sqrt{17}$ ตารางหน่วย
- 2) $\sqrt{34}$ ตารางหน่วย
- 3) 17 ตารางหน่วย
- 4) 34 ตารางหน่วย

48. กำหนด A(-1, 2), B(3, 4), C(a, 6) เป็นจุดยอด

มุมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ซึ่งมี $\angle C$

เป็นมุมฉาก จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC

- 1) $\sqrt{23}$ ตารางหน่วย
- 2) $\sqrt{24}$ ตารางหน่วย
- 3) $\sqrt{25}$ ตารางหน่วย
- 4) $\sqrt{26}$ ตารางหน่วย

49. กำหนดให้ $u = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $v = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}$, $w = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$

จงหาปริมาตรของรูปทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ที่มี $\vec{u}$, $\vec{v}$ และ $\vec{w}$ เป็นด้านประกอบ

- 1) 8 ลูกบาศก์หน่วย
- 2) 12 ลูกบาศก์หน่วย
- 3) 16 ลูกบาศก์หน่วย
- 4) 24 ลูกบาศก์หน่วย

50. ให้ O เป็นจุดกำเนิด A และ B เป็นจุดในระนาบ

จุด B อยู่ทางทิศใต้ของ A และห่างจาก A

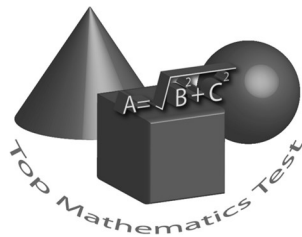
2 หน่วย หมุนเวกเตอร์ $\overrightarrow{OB}$ ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาไป 90 องศา และให้จุดปลายเวกเตอร์

หลังจากหมุน $\overrightarrow{OB}$ ไปแล้วอยู่ที่ C ถ้าพิกัดของ C

คือ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ดังนั้น $|\overrightarrow{OA}|^2$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 2) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
- 3) 3
- 4) 7

ม.5



โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ประจำปีการศึกษา 2568

เฉลยข้อสอบ : วิชาคณิตศาสตร์

ครั้งที่ 46

สอบเมื่อวันเสาร์ที่ 2 สิงหาคม 2568 เวลา 8.00 – 10.00 น.

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 5

TOP MATHEMATICS TEST

ดูประกาศผลสอบได้ที่ www.toptestcenter.com ในหัวข้อ ประกาศผลสอบ

การจัดอันดับและการมอบรางวัล แบ่งออกเป็น

ระดับประเทศ

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 – 3 ได้รับเหรียญรางวัลพร้อมทุนการศึกษา

ระดับภาค

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 ของแต่ละภาค ได้รับใบเกียรติบัตรพร้อมทุนการศึกษา

ระดับจังหวัด

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 ของแต่ละจังหวัด ได้รับใบเกียรติบัตร

การประกาศผลสอบรายบุคคล จะแสดงคะแนนที่ได้ในแต่ละส่วนและคะแนนรวม
พร้อมทั้งสรุปอันดับที่ได้ของนักเรียนแต่ละคนในระดับจังหวัด, ภาค และประเทศ



บริษัท ท็อป เทสต์ เซ็นเตอร์ จำกัด

www.toptestcenter.com

175 หมู่ 8 ถ.รามคำแหง 2 แขวงดอกไม้ เขตประเวศ กทม. 10250 โทรศัพท์ 0-2739-9130 โทรสาร 0-2720-9744

โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ สังคมศึกษา

คณิตศาสตร์ 1 วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ 2

1. ตอบข้อ 1) ข้อ ก. ถูกต้องเพียงข้อเดียว

$$ก. 16^{\frac{-3}{2}} = \left(16^{\frac{1}{2}}\right)^{-3} = 4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$$

$$ข. \left(\sqrt[3]{25} \times \sqrt{2}\right)^6 = \left(25^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{2}}\right)^6$$

$$= 25^{\frac{6}{3}} \times 2^{\frac{6}{2}} = 25^2 \times 2^3 = 625 \times 8 = 5,000$$

$$ค. \sqrt{50} + \sqrt{32} - \sqrt{18} = \sqrt{2 \times 5 \times 5} + \sqrt{2 \times 4 \times 4} - \sqrt{2 \times 3 \times 3}$$

$$= 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$$

$$= 6\sqrt{2}$$

นั่นคือข้อ ก. ถูกต้องเพียงข้อเดียว

2. ตอบข้อ 3) กำหนด $n \in \mathbb{Z}^+$ และ n เป็นจำนวนคู่

$$\sqrt[n]{xy^2} \cdot \sqrt[3n]{x^{3n-1}} \cdot y^{3n-2} = xy$$

1) ถูก $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{24} = 2\sqrt[3]{3}$

2) ถูก $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3} = \sqrt[12]{a^8} \cdot \sqrt[12]{a^9} = \sqrt[12]{a^8 \cdot a^9} = \sqrt[12]{a^{17}}$

3) ผิด $\sqrt[n]{xy^2} \cdot \sqrt[3n]{x^{3n-1}} \cdot y^{3n-2}$

$$= \sqrt[3n]{x^3 y^6} \cdot \sqrt[3n]{x^{3n-1}} \cdot y^{3n-2}$$

$$= \sqrt[3n]{(x^3 y^6)(x^{3n-1} \cdot y^{3n-2})}$$

$$= \sqrt[3n]{x^{3n+2} \cdot y^{3n+4}}$$

$$= xy^{3n} \sqrt{x^2 y^4}$$

4) ถูก $= 5\sqrt[3]{4}(2\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{14}) = 10\sqrt[3]{24} + 5\sqrt[3]{56}$

$$= 20\sqrt[3]{3} + 10\sqrt[3]{7}$$

3. ตอบข้อ 3) $2 + \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3}$

$$\frac{\sqrt[3]{3} + 1}{\sqrt[3]{3} - 1} = \frac{3^{\frac{1}{3}} + 1}{3^{\frac{1}{3}} - 1} \times \frac{3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}} + 1}{3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}} + 1}$$

$$= \frac{(3^{\frac{1}{3}} + 1)(3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}} + 1)}{(3^{\frac{1}{3}})^3 - 1}$$

$$= \frac{3 + 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}} + 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}} + 1}{3 - 1}$$

$$= \frac{4 + 2(3^{\frac{2}{3}}) + 2(3^{\frac{1}{3}})}{3 - 1}$$

$$= 2 + 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}$$

$$= 2 + \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3}$$

4. ตอบข้อ 1) 2

$$(\sqrt[3]{5 - \sqrt{17}})(\sqrt[3]{5 + \sqrt{17}}) = \sqrt[3]{(5 - \sqrt{17})(5 + \sqrt{17})}$$

$$= \sqrt[3]{25 - 17}$$

$$= \sqrt[3]{8}$$

$$= 2$$

5. ตอบข้อ 1) $\frac{27 - 7\sqrt{5}}{22}$

$$\frac{7 - \sqrt{5}}{7 + \sqrt{5}} = \frac{(7 - \sqrt{5})(7 - \sqrt{5})}{(7 + \sqrt{5})(7 - \sqrt{5})}$$

$$= \frac{49 - 14\sqrt{5} + 5}{44}$$

$$= \frac{54 - 14\sqrt{5}}{44}$$

$$= \frac{2(27 - 7\sqrt{5})}{44}$$

$$= \frac{27 - 7\sqrt{5}}{22}$$

6. ตอบข้อ 1) 448

$$(2^2)^3 = 4^3 = 64$$

$$2^{3^2} = 2^9 = 512$$

ดังนั้น $(2^2)^3$ น้อยกว่า 2^{3^2} อยู่ $512 - 64 = 448$

7. ตอบข้อ 3) 3

$$2^{\frac{1}{4}}(1 + 2^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{3}{4}})(2^{-\frac{1}{4}} + 2^{\frac{1}{4}} - 2^{\frac{1}{2}})$$

$$= (1 + 2^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{3}{4}})(2^0 + 2^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{3}{4}})$$

$$= \left[(1 + 2^{\frac{1}{2}}) + 2^{\frac{3}{4}}\right] \left[(1 + 2^{\frac{1}{2}}) - 2^{\frac{3}{4}}\right]$$

$$= (1 + 2^{\frac{1}{2}})^2 - (2^{\frac{3}{4}})^2$$

$$= (1 + 2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} + 2) - 2^{\frac{3}{2}}$$

$$= 3 + 2^{\frac{3}{2}} - 2^{\frac{3}{2}} = 3$$

8. ตอบข้อ 3) 600 บาท

ให้ x เป็นยอดขายที่พนักงานขายขายสินค้าได้

$f(x)$ เป็นรายได้ของพนักงานขายในแต่ละวัน

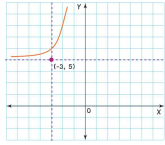
จะได้ $f(x) = 360 + 0.05x$

พนักงานขายขายสินค้าได้ 4,800 บาท

จะได้ $f(4,800) = 360 + 0.05(4,800)$

$$= 360 + 240 = 600$$

ดังนั้น พนักงานขายมีรายได้ในวันนี้ 600 บาท



9. ตอบข้อ 1)

จาก $y = 2^{x+3} + 5$ หรือ $y - 5 = 2^{x+3}$

เทียบกับ $y - k = a^{x-h}$

จุดตัดแกนใหม่ คือ $(h, k) = (-3, 5)$

กราฟเป็นกราฟของฟังก์ชันเพิ่มเพราะฐานมากกว่า 1

10. ตอบข้อ 3) $\{60^\circ, 90^\circ, 270^\circ, 300^\circ\}$

จาก $\cos 2\theta = \cos \theta - 1$

$2 \cos^2 \theta - 1 = \cos \theta - 1$

$2 \cos^2 \theta - \cos \theta = 0$

$\cos \theta (2 \cos \theta - 1) = 0$

จะได้ $\cos \theta = 0$

หรือ $2 \cos \theta - 1 = 0$

$\theta = 90^\circ, 270^\circ \quad \cos \theta = \frac{1}{2}$

$\theta = 60^\circ, 300^\circ$

ดังนั้น เซตคำตอบของสมการ

คือ $\{60^\circ, 90^\circ, 270^\circ, 300^\circ\}$

11. ตอบข้อ 3) $\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)$ ตารางหน่วย

จาก $\frac{c}{\sin} = \frac{b}{\sin B}$

$\frac{\sqrt{12}}{\sin c} = \frac{\sqrt{8}}{\sin 45^\circ}; (AB = C, AC = b)$

$\sin c = \frac{\sqrt{12} \sin 45^\circ}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{12} \cdot 1}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ดังนั้น $C = 60^\circ$

$A = 180^\circ - B - C = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$

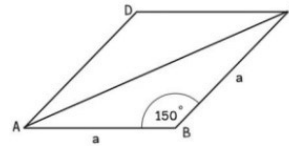
พื้นที่รูปสามเหลี่ยม $ABC = \frac{1}{2} \times AB \times AC \sin A$

$= \frac{1}{2} \times \sqrt{12} \times \sqrt{8} \sin 75^\circ$

$= \frac{1}{2} \times \sqrt{12} \times \sqrt{8} \times \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \right)$

$= \sqrt{3}(\sqrt{3}+1)$ ตารางหน่วย

12. ตอบข้อ 3) 36 หน่วย



พ.ท.รูป $\triangle ABC = \frac{1}{2} (a)(a) \sin 150^\circ$

จะได้ $\frac{1}{2} a^2 \sin 150^\circ = 324$

$\frac{1}{2} a^2 \left(\frac{1}{2} \right) = 324$

$a^2 = 1296$

$a = 36 (a > 0)$

ดังนั้น $a = 36$ หน่วย

13. ตอบข้อ 4) ถ้า A และ B เป็นเมทริกซ์จัตุรัส

ที่มีมิติ $n \times n$ และ $B = AA^t$ แล้ว $B^t = B$

1) ผิด ถ้า $BA + BC = O$ จะได้ $B(A + C) = O$

ดังนั้น ไม่จำเป็นที่ $B = O$ หรือ $A + C = O$ หรือ $A = -C$

2) ผิด $BA + CA = (B + C)A$ (แจกแจงทางขวา)

3) ผิด เนื่องจาก $A^2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & -2\sqrt{3} \\ -2\sqrt{3} & 4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \neq I$

4) ถูก เนื่องจาก $B = AA^t$

จะได้ $B^t = (AA^t)^t = (A^t)^t A^t = AA^t = B$

14. ตอบข้อ 4) $W = -3$

จาก $\begin{bmatrix} x & y & z+1 \\ 5 & 3 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \\ u & 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & v & w+5 \end{bmatrix}$

จะได้ $\begin{bmatrix} x-3 & y+2 & z-3 \\ 5-u & 1 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & v & w+5 \end{bmatrix}$

นั่นคือ $x-3=1$ จะได้ $x=4$

$y+2=0 \quad y=-2$

$z-3=2 \quad z=5$

$5-u=0 \quad u=5$

และ $w+5=8$ จะได้ $w=3$

15. ตอบข้อ 4) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

จาก $A \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 14 & 17 \end{bmatrix}$

จะได้ $A \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 14 & 17 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}^{-1}$

$$AI = \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 14 & 17 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 19 & 19 \\ 5 & 2 \\ 19 & 19 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

16. ตอบข้อ 2) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$

1) $\begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -8 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -44 & -22 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

17. ตอบข้อ 1) ถ้า $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$ แล้ว $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

1) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6+0 \\ 8+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6-4 \\ 4+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3+2 \\ 6+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 12 \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6-2 \\ 3-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$

18. ตอบข้อ 2) $\frac{3\sqrt{10}}{10}\vec{i} + \frac{\sqrt{10}}{10}\vec{j}$

จาก $A(-2,1)$ และ $B(7,4)$

จะได้ $\overrightarrow{AB} = (7+2)\vec{i} + (4-1)\vec{j} = 9\vec{i} + 3\vec{j}$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศทางเดียวกับ $\overrightarrow{AB}$

คือ $\frac{1}{|\overrightarrow{AB}|} \overrightarrow{AB} = \frac{1}{3\sqrt{10}} (9\vec{i} + 3\vec{j}) = \frac{3\sqrt{10}}{10}\vec{i} + \frac{\sqrt{10}}{10}\vec{j}$

19. ตอบข้อ 1) $\sqrt{2}$

ให้ $\vec{w} = a\vec{i} + b\vec{j}$

$\vec{u} = 2\vec{i} + 5\vec{j}, \vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$

$\vec{u} \cdot \vec{w} = -11$

นั่นคือ $2a - 5b = -11$ — [1]

$\vec{v} \cdot \vec{w} = 8$

นั่นคือ $a + 2b = 8$ — [2]

จาก [1] และ [2] จะได้ $a = 2, b = 3$

ดังนั้น $\vec{w} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$

$$|\vec{w}|^2 = 2^2 + 3^2 = 13$$

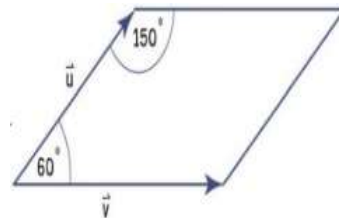
และ $|\vec{v}|^2 = 1^2 + 2^2 = 5$

จาก $|\vec{w} - \vec{v}|^2 = |\vec{w}|^2 - 2\vec{w} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2$

จะได้ $|\vec{w} - \vec{v}|^2 = 13 - 2(8) + 5$

$= 2$
ดังนั้น $|\vec{w} - \vec{v}| = \sqrt{2}$

20. ตอบข้อ 1) 30°



ให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นด้านข้างของรูป □ ด้านขนาน

โดย $|\vec{u}| = 4$ และ $|\vec{v}| = 6$

เนื่องจาก พื้นที่ของรูป □ ด้านขนานที่มี $\vec{u}$ และ $\vec{v}$

เป็นด้านประกอบ $= |\vec{u} \times \vec{v}|$

$$\begin{aligned} |\vec{u} \times \vec{v}| &= |\vec{u}| |\vec{v}| \sin \theta \\ 12 &= (4)(6) \sin \theta \\ \sin \theta &= \frac{12}{24} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ดังนั้น $\theta = 30^\circ$ หรือ 150°

21. ตอบข้อ 2) 5 หน่วย

เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 10 หน่วย และด้านประกอบมุมฉาก

ยาว $\sqrt{75}$ และ a หน่วย

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } 10^2 &= (\sqrt{75})^2 + a^2 \\ 100 &= 75 + a^2 \end{aligned}$$

$$a^2 = 100 - 75 = 25$$

นั่นคือ $a = -5$ หรือ $a = 5$

เนื่องจาก a เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยม จะได้ว่า $a >$

ดังนั้น $a = 5$

22. ตอบข้อ 1) 1.8 เมตร

ให้อ่างเก็บน้ำลึก h เมตร

เนื่องจาก อ่างเก็บน้ำเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ที่มีความจุ 9.36×10^6 ลบ.ม.

ซึ่งวัดพื้นที่ที่เป็นอ่างเก็บน้ำได้ 5.2×10^6 ตารางเมตร

$$\text{จะได้ } 9.36 \times 10^6 = 5.2 \times 10^6 h$$

$$h = \frac{9.36 \times 10^6}{5.2 \times 10^6} = 1.8$$

ดังนั้น ความลึกของอ่างเก็บน้ำนี้ คือ 1.8 เมตร

23. ตอบข้อ 2) $10\sqrt{2}$ เมตร

ให้บ่อน้ำมีความยาวรัศมี r เมตร

เนื่องจากต้องการให้บ่อน้ำจุน้ำได้ 4,400 ลูกบาศก์เมตร

และปริมาตรของทรงกระบอกที่มีรัศมี r เมตร สูง h เมตร

คือ $\pi r^2 h$ ลูกบาศก์เมตร

$$\text{จะได้ } \pi r^2 h = 4400$$

$$\frac{22}{7} r^2 (7) = 4400$$

$$r^2 = \frac{4400}{22} = 200$$

$$r = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

ดังนั้น รัศมีก้นบ่อน้ำยาว $10\sqrt{2}$ เมตร

24. ตอบข้อ 4) 4

$$\text{จาก } f(x) = \begin{cases} 2 & \text{เมื่อ } x < 1 \\ \frac{3x}{7-x} & \text{เมื่อ } 1 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{เมื่อ } x > 4 \end{cases}$$

$$\text{จะได้ } f(4) - f(7) = \frac{3(4)}{7-4} - 0 = \frac{12}{3} = 4$$

25. ตอบข้อ 4) $R_f = \{y \in R \mid -3 \leq y < 22\}$

เนื่องจาก $-3 < x < 5$

$$\text{จะได้ } 0 < x^2 < 25 \text{ นั่นคือ } -3 < x^2 - 3 < 22$$

ดังนั้น $-3 \leq f(x) < 22$

$$\text{จะได้ว่า } R_f = \{y \in R \mid -3 \leq y < 22\}$$

26. ตอบข้อ 4) $[-5, 4)$

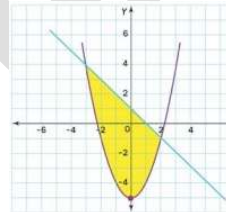
$$\text{จาก } f(x) = x^2 - 5, Dg = \{x \mid -3 < x < 2\}$$

$$\text{จะได้ } f(-3) = (-3)^2 - 5 = 4$$

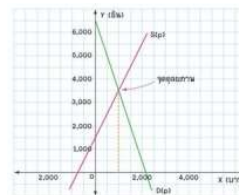
$$\text{และ } f(2) = 2^2 - 5 = -1$$

เขียนกราฟของฟังก์ชัน f ได้ดังนี้

จากกราฟจะได้เรนจ์ของ f คือ $[-5, 4)$



27. ตอบข้อ 2) 1,000 บาท



ราคาดุลยภาพจะเกิดขึ้นเมื่ออุปสงค์เท่ากับอุปทาน

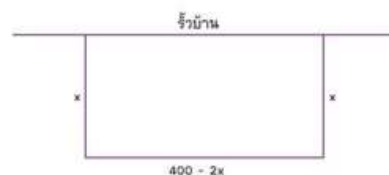
$$\text{นั่นคือ } D(p) = S(p)$$

$$6,500 - 3P = 2P + 1,500$$

$$P = 1,000$$

ดังนั้นราคาดุลยภาพ คือ 1,000 บาทต่ออัน

28. ตอบข้อ 4) 4,000 ตัน



กันรั้วเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง x เมตร

จากรูป จะได้ด้านยาว $400 - 2x$ เมตร

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $x(400 - 2x)$

ให้ $y = x(400 - 2x)$

จะได้ $y = 400x - 2x^2$

จาก $y = ax^2 + bx + c$ ค่าสูงสุดของฟังก์ชัน

$$\text{คือ } c - \frac{b^2}{4a} = 0 - \frac{(400)^2}{4(-2)} = \frac{-160000}{-8} = 20,000$$

ดังนั้นที่ดินมากที่สุดที่ใช้ปลูกมะม่วง เท่ากับ 20,000 ตร.

ต้องการปลูกมะม่วง 1 ต้น ต่อพื้นที่ 5 ตร.ม.

ดังนั้น ปลูกมะม่วงได้มากที่สุด $20,000 \div 5 = 4,000$ ต้น

29. ตอบข้อ 2) ถ้า $\sin A \cos B = 1$ แล้ว
 $\sin A = \cos B$ เท่านั้น

1) ผิด เพราะว่าคาบของฟังก์ชัน

$$f(x) = A \sin b\pi \text{ คือ } \frac{2\pi}{|B|}$$

$$\text{ดังนั้นคาบของฟังก์ชัน } f(x) = \sin 3\pi x \text{ คือ } \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3}$$

2) ถูก เนื่องจาก $\sin A \cos B = 1$

แล้วทำให้ $\sin A = 1 = \cos B$ เท่านั้น

นั่นคือ $\sin A = \cos B$

3) ผิด เพราะว่า

$$\begin{aligned} \cos^4 \theta - \sin^4 \theta &= (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) \\ &= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1) \\ &= (1 - \sin^2 \theta) - \sin^2 \theta \\ &= 1 - 2\sin^2 \theta \end{aligned}$$

4) ผิด เพราะว่าถ้า x อยู่ในโดเมนของ $\arcsin$

จะได้ $x \in [-1, 1]$

และ $\arcsin(\cos x) = 0$

$$\cos x = \sin 0$$

$$\cos x = 0$$

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$$

30. ตอบข้อ 4) $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{\pi}{4}$

$$\text{มีค่าเท่ากับ } \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$1) \text{ ผิด จาก } \cos \frac{5\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}$$

$$\text{เนื่องจาก } \cos \frac{5\pi}{12} < \cos \frac{\pi}{12} \text{ ดังนั้น } \cos \frac{5\pi}{12} < \cos \frac{\pi}{12}$$

$$2) \text{ ผิด } \frac{17\pi}{3} = 6\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$\cot \frac{17\pi}{3} = \cot \left(6\pi - \frac{\pi}{3} \right) = -\cot \frac{\pi}{3}$$

$$\arctan \left(\cot \frac{17\pi}{3} \right) = \arctan \left(-\cot \frac{\pi}{3} \right)$$

$$= \arctan \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$= \arctan \left(-\tan \frac{\pi}{6} \right)$$

$$= -\frac{\pi}{6}$$

$$3) \text{ ผิด ให้ } \alpha = \arcsin \frac{5}{13} \text{ จะได้ } \sin \alpha = \frac{5}{13} \text{ และ } \cos \alpha = \frac{12}{13}$$

$$\beta = \arccos \frac{3}{5} \text{ จะได้ } \cos \beta = \frac{3}{5} \text{ และ } \sin \beta = \frac{4}{5}$$

$$\cos \left(\arcsin \frac{5}{13} + \arccos \frac{3}{5} \right) = \cos (\alpha + \beta)$$

$$= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$= \left(\frac{12}{13} \right) \left(\frac{3}{5} \right) - \left(\frac{5}{13} \right) \left(\frac{4}{5} \right)$$

$$= \frac{36}{65} - \frac{20}{65} = \frac{16}{65}$$

$$4) \text{ ถูก } \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{\pi}{4} = \cos \left(\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \cos \left(\frac{-\pi}{6} \right)$$

$$= \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

31. ตอบข้อ 4) ถ้า $\operatorname{cosec} x = \operatorname{cosec} y$ แล้ว

$$x = n\pi + (-1)^n y \text{ เมื่อ } n \in \mathbb{Z}$$

$$1) \text{ ผิด เพราะว่า ถ้าให้ } x = \frac{\pi}{6} \text{ และ } y = \frac{5\pi}{6}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \sin \frac{5\pi}{6} \text{ แต่ } \cos \frac{\pi}{6} \neq \cos \frac{5\pi}{6}$$

$$2) \text{ ผิด เพราะว่า ถ้าให้ } x = \pi, y = 0, n = 1$$

$$\cos x = \cos \pi = -1$$

$$3) \text{ ผิด เพราะว่า ถ้าให้ } x = \pi \text{ และ } y = 0$$

$$\tan \pi = \tan 0 = 0$$

$$\sin \pi = \sin 0 = 0$$

$$\text{แต่ } \cos \pi = -1, \cos 0 = 1$$

$$4) \text{ ถูก เนื่องจาก ถ้า } \operatorname{cosec} x = \operatorname{cosec} y$$

$$\frac{1}{\sin x} = \frac{1}{\sin y}$$

$$\sin x = \sin y \text{ เมื่อ } y \neq 0$$

$$x = n\pi + (-1)^n y = \begin{cases} n\pi + y & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่} \\ n\pi - y & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคี่} \end{cases}$$

$$\text{นั่นคือ } x = n\pi + (-1)^n y \text{ เมื่อ } n \in \mathbb{Z}$$

32. ตอบข้อ 1) $n\pi, \frac{3}{(3n+1)\pi}$

$$\text{จาก } \sqrt{3} \cot \frac{1}{x} \sin x - \sin x = 0$$

$$\sin x \left(\sqrt{3} \cot \frac{1}{x} - 1 \right) = 0$$

$$\text{จะได้ } \sin x = 0$$

$$x = n\pi + (-1)^n \cdot 0$$

$$x = n\pi$$

$$\text{หรือ } \sqrt{3} \cot \frac{1}{x} - 1 = 0$$

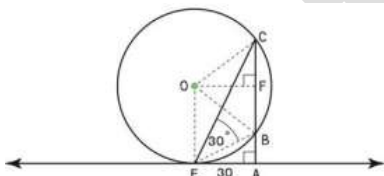
$$\cot \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \cot \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{1}{x} = n\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{(3n+1)\pi}{3}$$

$$x = \frac{3}{(3n+1)\pi}$$

33. ตอบข้อ 3) $20\sqrt{3}$ ฟุต



$$\text{จากรูป } \widehat{BOC} = 2\widehat{BEC} = 60^\circ$$

$$\text{ในรูป } \triangle BOF \text{ จะได้ } \widehat{BOF} = 30^\circ \text{ และ } OF = 30$$

$$BF = 30 \tan 30^\circ$$

$$= 30 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$$

$$\text{และ } BC = 2BF$$

$$\text{ดังนั้น } BC = 20\sqrt{3} \text{ ฟุต}$$

34. ตอบข้อ 3) $C = 150^\circ$

$$\text{จาก } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = 2^2 + (\sqrt{5}+1)^2 - 2(2)(\sqrt{5}+1) \cos 72^\circ$$

$$= 4 + (5+1+2\sqrt{5}) - 4(\sqrt{5}+1) \left(\frac{\sqrt{5}-1}{4} \right)$$

$$= 10 + 2\sqrt{5} - (5-1)$$

$$= 6 + 2\sqrt{5}$$

$$a = \sqrt{6+2\sqrt{5}} = \sqrt{5+1+2\sqrt{5} \times 1} = \sqrt{5}+1$$

$$\text{นั่นคือ } A = C = 72^\circ$$

$$\text{จะได้ } B = 180^\circ - 72^\circ - 72^\circ = 36^\circ$$

$$C - B = 72^\circ - 36^\circ = 36^\circ$$

35. ตอบข้อ 2) $\frac{\pi}{4}$ หรือ $\frac{3\pi}{4}$

$$\text{จาก } A = \begin{bmatrix} \sin^2 t & 1 \\ 1 & 4 \cos^2 t \end{bmatrix}$$

$$\text{เนื่องจาก } A \text{ ไม่มีอินเวอร์สการคูณ ดังนั้น } \det(A) = 0$$

$$\text{จะได้ } (\sin^2 t)(4 \cos^2 t) - (1)(1) = 0$$

$$4 \sin^2 t \cos^2 t - 1 = 0$$

$$(2 \sin t \cos t)^2 = 1$$

$$(\sin 2t)^2 = 1$$

$$\sin 2t = \pm 1$$

$$\sin 2t = 1 \text{ หรือ } \sin 2t = -1$$

$$2t = \frac{\pi}{2} \quad 2t = \frac{3\pi}{2}$$

$$t = \frac{\pi}{4} \quad t = \frac{3\pi}{4}$$

36. ตอบข้อ 2) $x = -1, y = 1$

$$\text{เนื่องจาก } A + A^t = 2 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{จะได้ } \begin{bmatrix} x & -1 & x^2 \\ y^2 & 1 & 3 \\ 3 & x^2 & y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x & y^2 & 3 \\ -1 & 1 & x^2 \\ x^2 & 3 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2x & y^2-1 & x^2+3 \\ y^2-1 & 2 & x^2+3 \\ x^2+3 & x^2+3 & 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{จะได้ } 2x = -2 ; x = -1 \text{ และ } 2y = 2 ; y = 1$$

37. ตอบข้อ 1) 3

$$\text{จาก } C = 2AB^{-1} + B^{-1}$$

$$C = (2A + I)B^{-1}$$

$$CB = 2A + I$$

$$= 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ a & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2a & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2a & 7 \end{bmatrix}$$

$$\det(CB) = \det \left(\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2a & 7 \end{bmatrix} \right)$$

$$\det(C)\det(B) = 21 - 8a$$

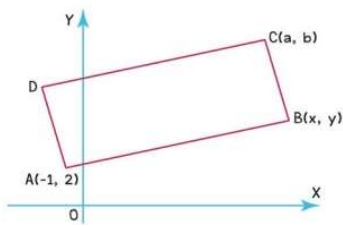
$$(1)(-1-2) = 21 - 8a$$

$$-3 = -21 - 8a$$

$$8a = 24$$

$$a = 3$$

38. ตอบข้อ 1) (7, 11)



ให้ B มีพิกัดเป็น (x, y)

จากโจทย์

$$(x+1)\vec{i} + (y-2)\vec{j} = 9\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$\text{จะได้ } x+1=9 \text{ และ } y-2=4$$

$$x=8 \text{ และ } y=6$$

ดังนั้น จุด B มีพิกัดเป็น $(8, 6)$

เนื่องจาก ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ดังนั้น $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$

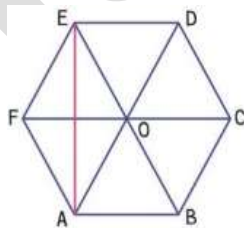
$$(a-8)\vec{i} + (b-6)\vec{j} = -\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$\text{จะได้ } a-8=-1 \text{ และ } b-6=5$$

$$a=7 \text{ และ } b=11$$

ดังนั้น พิกัดของจุด C คือ $(7, 11)$

39. ตอบข้อ 4) $4\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + 5\overrightarrow{AF} = 5\overrightarrow{AD}$



$$1) \text{ ถูก เนื่องจาก } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}; \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BD} \\ = \overrightarrow{AD}$$

$$2) \text{ ถูก เนื่องจาก } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO}; \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BO}$$

$$= \overrightarrow{AD}$$

$$= \frac{1}{2} \overrightarrow{AD}$$

$$3) \text{ ถูก เนื่องจาก } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE}) + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AF} \\ = \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}); \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CD} \\ = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} \\ = 2\overrightarrow{AD}$$

$$4) \text{ ผิด เพราะว่า } 4\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} + 5\overrightarrow{AF} \\ = (\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AB}) + 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + (3\overrightarrow{AF} + 2\overrightarrow{AF}) \\ = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE}) + (3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AF}) + (2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AF}) + \overrightarrow{AD} \\ = \overrightarrow{AD} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} \\ = \frac{11}{2}\overrightarrow{AD}$$

40. ตอบข้อ 2) $3\vec{i} - 4\vec{j}$ และ $-3\vec{i} + 4\vec{j}$

$$\text{จาก } \vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$$

$$\text{จะได้ } |\vec{u}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$$

$$\text{และ } \vec{v} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$\text{จะได้ } |\vec{v}| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$$

$$\text{เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ขนานกับ } \vec{u} \text{ คือ } \pm \frac{1}{|\vec{u}|} \vec{u}$$

$$\text{เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ขนานกับ } \vec{u} \text{ และตั้งฉากกับ } \vec{v}$$

$$\text{คือ } \pm \frac{|\vec{v}|}{|\vec{u}|} \vec{u}$$

$$\pm \frac{|\vec{v}|}{|\vec{u}|} \vec{u} = \pm \frac{5}{5} (3\vec{i} - 4\vec{j}) = \pm (3\vec{i} - 4\vec{j})$$

ดังนั้น เวกเตอร์ที่ต้องการ คือ $3\vec{i} - 4\vec{j}$ และ $-3\vec{i} + 4\vec{j}$

41. ตอบข้อ 3) ถูกต้องทั้งข้อ 1 และ 2

$$(1) \text{ ถูกต้อง จาก } p = -\frac{1}{4}x^2 + 200x - 20$$

$$\text{และจาก } y = ax^2 + bx + c$$

$$\text{จุดวกกลับของกราฟ คือ } \left(\frac{-b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a} \right)$$

$$\text{โรงงานต้องการผลิตลำโพงบลูทูธวันละ } -\frac{b}{2a} \text{ เครื่อง}$$

$$\text{จึงจะได้กำไรสูงสุด } c - \frac{b^2}{4a}$$

$$\text{นั่นคือ } -\frac{b}{2a} = -\frac{200}{2\left(-\frac{1}{4}\right)} = 400$$

ดังนั้น ต้องผลิตลำโพงบลูทูธวันละ 400 เครื่อง
จึงจะได้กำไรสูงสุด

(2) ถูกต้อง จาก $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันกำลังสอง

$$\text{ให้ } y = ax^2 + bx + c \quad \text{---[1]}$$

กราฟตัดแกน Y ที่จุด $(0, -6)$

$$-6 = 0 + 0 + c \quad \text{ดังนั้น } c = -6$$

$$\text{จาก [1] จะได้ } y = ax^2 + bx + 6 \quad \text{---[2]}$$

กราฟผ่านจุด $(-2, 0)$

$$\text{จะได้ } 0 = 4a - 2b - 6 \quad \text{---[3]}$$

กราฟผ่านจุด $(3, 0)$

$$\text{จะได้ } 0 = 9a + 3b - 6 \quad \text{---[4]}$$

$$\text{จาก [3] และ [4] จะได้ } a = 1, b = -1$$

$$\text{จาก [2] จะได้ } y = x^2 - x - 6$$

$$y = (x-3)(x+2)$$

$$\text{ถ้า } \{x \in R \mid f(x) < 0\}$$

$$\text{จะได้ } \{x \in R \mid (x-3)(x+2) < 0\}$$

$$= \{x \in R \mid -2 < x < 3\}$$

42. ตอบข้อ 2) เจ้าของหอพักต้องมีห้องเช่า 44 ห้อง

จึงจะทำให้ได้กำไรมากที่สุดเป็น 19,360 บาท

$$\text{จาก } y = 880 - 10x^2$$

และจาก $y = ax^2 + bx + c$ จุดที่ให้ค่าสูงสุดหรือต่ำสุด

$$\text{คือ } \left(-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a} \right)$$

ดังนั้น เจ้าของหอพักต้องมีห้องเช่า

$$-\frac{b}{2a} = \frac{880}{2(-10)} = 44 \text{ ห้อง}$$

$$\text{จึงจะได้กำไรมากที่สุด} = c - \frac{b^2}{4a} = 0 - \frac{(880)^2}{4(-10)}$$

$$= 19,360 \text{ บาท}$$

ดังนั้น เจ้าของหอพักต้องมีห้องเช่า 44 ห้อง

จึงจะทำกำไรได้มากที่สุดเป็น 19,360 บาท

43. ตอบข้อ 4) อรุษขจัดรถมากกว่า 4 ชั่วโมง

แต่ไม่เกิน 5 ชั่วโมง

ให้ $f(x)$ แทนอัตราค่าบริการจอดรถมีหน่วยเป็นบาท

เมื่อ x เป็นระยะเวลาในการจอดรถ มีหน่วยเป็นชั่วโมง

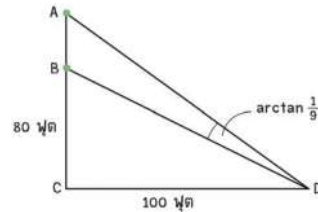
เขียนฟังก์ชันของ $f(x)$ ได้ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} 30 & ; & 0 < x \leq 2 \\ 50 & ; & 2 < x \leq 3 \\ 70 & ; & 3 < x \leq 4 \\ 90 & ; & 4 < x \leq 5 \\ 110 & ; & 5 < x \leq 6 \end{cases}$$

ดังนั้น ถ้าอรุษจ่ายค่าจอดรถ 90 บาท

อรุษจอดรถมากกว่า 4 ชั่วโมง แต่ไม่เกิน 5 ชั่วโมง

44. ตอบข้อ 2) 20 ฟุต



ให้ AB เป็นความสูงของเสาธง

BC เป็นความสูงของหอคอย

$$\begin{aligned} \tan \hat{ADC} &= \frac{AC}{CD} \\ &= \frac{AB + 80}{100} \quad \text{---[1]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan \hat{ADC} &= \tan \left(\hat{BDC} + \arctan \frac{1}{9} \right) \\ &= \frac{\tan \hat{BDC} + \tan \left(\arctan \frac{1}{9} \right)}{1 - \tan \hat{BDC} \tan \left(\arctan \frac{1}{9} \right)} \\ &= \frac{\frac{80}{100} + \frac{1}{9}}{1 - \left(\frac{80}{100} \right) \left(\frac{1}{9} \right)} \\ &= \frac{\frac{4}{5} + \frac{1}{9}}{1 - \frac{4}{45}} = \frac{41}{45} \times \frac{45}{41} = 1 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{ADC} = 45^\circ$$

จะได้ $\triangle ACD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมุมฉากและ $AC = CD$

$$AC = AB + BC = 100$$

$$AB + 80 = 100$$

$$AB = 20$$

ดังนั้นเสาธงสูง 20 ฟุต

45. ตอบข้อ 4) หาค่าไม่ได้

$$\text{จาก } \begin{bmatrix} 1 & x \\ 2 & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ x & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2+x^2 & 1+3x \\ 4+xy & 2+3y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & y \end{bmatrix}$$

ดังนั้น $2+x^2=4$ จะได้ $x^2=2$; $x=\pm\sqrt{2}$

$1+3x=4$ จะได้ $3x=3$; $x=1$

$2+3y=y$ จะได้ $2y=-2$; $y=-1$

และ $4+xy=3$

เมื่อ $xy=-1$ เป็นจริงเมื่อ $x=1$ และ $y=-1$ เท่านั้น

เมื่อ $x=\pm\sqrt{2}$ และ $y=-1$ ไม่เป็นจริง

ดังนั้น $x^2+3x+3y+xy$ จึงหาค่าไม่ได้

46. ตอบข้อ 4) $\det(A^2) = \det(B^2)$

จาก $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ จะได้ $\det(A) = (1)(5) - (2)(2) = 1$

และ $(AB)^t = (AB)^{-1}$

ดังนั้น $\det(AB)^t = \det(AB)^{-1}$

$$\det(AB) = \frac{1}{\det AB}$$

$$[\det(AB)]^2 = 1$$

จะได้ $\det(AB) = 1$ หรือ $\det(AB) = -1$

$$\det(A) \det(B) = 1$$

$$\det(A) \det(B) = -1$$

เนื่องจาก $\det(A) = 1$

เนื่องจาก $\det(A) = 1$

จะได้ $\det(B) = -1$

จะได้ $\det(B) = -1$

ดังนั้น $\det(A) = \det B$ ไม่ถูกต้อง

$\det(A) \det(B) > 0$ ไม่ถูกต้อง

$\det(A) \det(B) = 0$ ไม่ถูกต้อง

พิจารณา ข้อ 4) $\det(A^2) = \det(A) \cdot \det(A)$

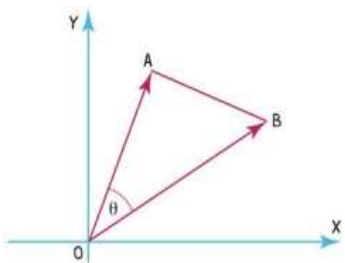
$$= (1)(1) = 1$$

$$\det(B^2) = \det(B) \cdot \det(B)$$

$$= (-1)(-1) = 1$$

ดังนั้น $\det(A^2) = \det(B^2)$

47. ตอบข้อ 3) 17 ตารางหน่วย



จากกำหนด $\vec{OA} = 3\vec{i} + 5\vec{j}$

$$|\vec{OA}| = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$$

$$\vec{OB} = 8\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$|\vec{OB}| = \sqrt{8^2 + 2^2} = \sqrt{68}$$

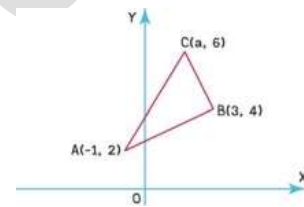
หาขนาดของมุม AOB จาก $\cos \theta = \frac{\vec{OA} \cdot \vec{OB}}{|\vec{OA}| |\vec{OB}|}$

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{(3)(8) + (5)(2)}{\sqrt{34}\sqrt{68}} \\ &= \frac{34}{\sqrt{34}\sqrt{68}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

จะได้ $\theta = 45^\circ$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่รูป } \triangle AOB &= \frac{1}{2} |\vec{OA}| |\vec{OB}| \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} (\sqrt{34}) (\sqrt{68}) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \\ &= 17 \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

48. ตอบข้อ 3) $\sqrt{25}$ ตารางหน่วย



จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

มี $\widehat{ABC}$ เป็นมุมฉาก

เนื่องจาก $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } (4\vec{i} + 2\vec{j}) \cdot ((a-3)\vec{i} + \vec{j}) &= 0 \\ 4(a-3) + 4 &= 0 \end{aligned}$$

จะได้ $c = (2, 6)$

นั่นคือ $\vec{BC} = (2-3)\vec{i} + (6-4)\vec{j} = -\vec{i} + 2\vec{j}$

$$|\vec{BC}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

และ $\vec{AB} = (3+1)\vec{i} + (4-2)\vec{j} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่รูป } \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times |\vec{AB}| |\vec{BC}| \\ &= \frac{1}{2} (\sqrt{20}) (\sqrt{5}) \\ &= \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

49. ตอบข้อ 3) 16 ลูกบาศก์หน่วย

เนื่องจาก ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มี $\vec{u}$, $\vec{v}$

และ $\vec{w}$ เป็นด้านประกอบ $= \vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})$

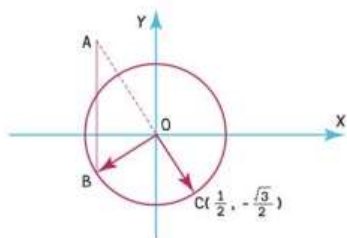
$$\vec{v} \times \vec{w} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -5 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \end{vmatrix} = -4\vec{i} + 12\vec{k}$$

$$\begin{aligned} \vec{u}(\vec{v} \times \vec{w}) &= \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ 12 \end{bmatrix} \\ &= (2)(-4) + (-1)(0) + (2)(12) \\ &= 16 \end{aligned}$$

ดังนั้น ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มี $\vec{u}$, $\vec{v}$

และ $\vec{w}$ เป็นด้านประกอบ เท่ากับ 16 ลูกบาศก์หน่วย

50. ตอบข้อ 3) 3



จากกำหนด พิกัดของจุด C คือ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$$\text{ซึ่ง } \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$$

แสดงว่า C เป็นจุดบนวงกลม 1 หน่วย

ดังนั้น $OB = OC = 1$ และ $\angle BOA = 60^\circ$

ในรูป $\triangle OAB$ โดยกฎของโคไซน์

$$\begin{aligned} |\overline{OA}|^2 &= |\overline{AB}|^2 + |\overline{OB}|^2 - 2|\overline{AB}||\overline{OB}|\cos 60^\circ \\ &= 2^2 + 1^2 - 2(2)(1)\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= 4 + 1 - 2 \\ &= 3 \end{aligned}$$