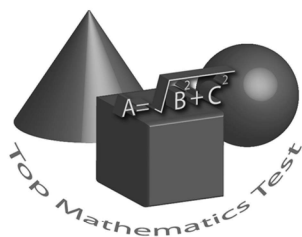


ม.5



โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาคเรียนที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2567

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์

ครั้งที่ 45

สอบวันเสาร์ที่ 25 มกราคม 2568 เวลา 08.00 – 10.00 น.

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 5

เลขประจำตัวสอบ ชื่อ – สกุล ห้องเรียน เลขที่

การระบายที่ถูกต้อง

9	0	1	0	4	2
0	●	0	●	0	0
1	1	●	1	1	1
2	2	2	2	2	●
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	●	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

การระบายที่ไม่ถูกต้อง

9	0	1	0	4	2
0	●	0	●	0	0
1	1	●	1	1	1
2	2	2	2	2	●
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	●	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

⚠ คำเตือน

ผู้ที่ระบายรหัสประจำตัวผู้เข้าสอบไม่ถูกต้อง
ระบบจะไม่ตรวจกระดาษคำตอบของท่าน

คำชี้แจงในการทำข้อสอบ

- ข้อสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 8 หน้า
มีจำนวนข้อทั้งหมด 50 ข้อ คะแนนเต็ม 150 คะแนน
แบ่งตามเนื้อหาสาระ ดังนี้
- ข้อที่ 1 – 20 : พื้นฐานและความเข้าใจ 40 คะแนน
- ข้อที่ 21 – 40 : การวิเคราะห์/การประยุกต์ใช้ 60 คะแนน
- ข้อที่ 41 – 50 : การสังเคราะห์/ประเมินค่า 50 คะแนน
- ในแต่ละข้อให้เลือกกระบายคำตอบที่คิดว่าถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว
ลงในกระดาษคำตอบด้วยดินสอดำ (2B ขึ้นไป)
- หากพบว่าข้อใดไม่มีคำตอบที่ถูกต้องให้ระบายตัวเลือกที่ 5
- หากพบว่ามีทุจริตในการสอบจะตัดสิทธิ์ออกจากการสอบทันที



บริษัท ท็อป เทสต์ เซ็นเตอร์ จำกัด

www.toptestcenter.com

175 หมู่ 8 ถ.รามคำแหง 2 แขวงดอกไม้ เขตประเวศ กทม. 10250 โทรศัพท์ 0-2739-9130 โทรสาร 0-2720-9744

โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ สังคมศึกษา

คณิตศาสตร์ 1 วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ 2

9. กำหนด $z = \sin \frac{\pi}{6} + i \cos \frac{\pi}{6}$

ค่าของ z^{10} ตรงกับข้อใด

- 1) $\frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 2) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
 3) $\frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 4) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

10. รถยนต์คันหนึ่งมีที่นั่ง 4 ที่ ถ้ามีคน 6 คน จะมีวิธีเลือกที่นั่งตรงกับข้อใด

- 1) 90 วิธี 2) 120 วิธี
 3) 360 วิธี 4) 720 วิธี

11. สมชายต้องการชวนเพื่อน 4 คน เพื่อไปชมภาพยนตร์ จำนวนวิธีในการชวนเพื่อนไปด้วยอย่างน้อย 1 คน ตรงกับข้อใด

- 1) 11 วิธี 2) 12 วิธี
 3) 15 วิธี 4) 16 วิธี

12. ลูกเสือกองหนึ่งต้องการทำสัญญาณธง โดยมีธงสีเหลือง 3 ผืน สีน้ำเงิน 2 ผืน และสีส้ม 4 ผืน นำธงมาผูกในแนวตั้งเพื่อสร้างสัญญาณที่แตกต่างกัน จะสร้างได้กี่แบบ

- 1) 630 แบบ 2) 1,260 แบบ
 3) 2,520 แบบ 4) 5,040 แบบ

13. ครอบครัวหนึ่งจำนวน 10 คน ในจำนวนนี้มีพิชิต, วันดี และไมตรี รวมอยู่ด้วย ถ้านำคนทั้ง 10 คน มานั่งรอบโต๊ะกลม ความน่าจะเป็นที่พิชิต, วันดี และไมตรี นั่งไม่ติดกัน ตรงกับข้อใด

- 1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{7}{15}$
 3) $\frac{5}{12}$ 4) $\frac{7}{12}$

14. ในวันปีใหม่ของทุกปี นิภาพรจะเตรียมของเล่น 5 ชิ้น ต่าง ๆ กัน เพื่อแจกให้หลาน 3 คน นิภาพรจะแจกของเล่นให้หลานได้ทั้งหมดกี่วิธี (ทุกคนต้องได้อย่างน้อย 1 ชิ้น)

- 1) 120 แบบ 2) 130 แบบ
 3) 140 แบบ 4) 150 แบบ

15. ผู้ใหญ่ 3 คน เด็ก 3 คน เข้าคิวในแถวเดียวกัน เพื่อซื้อคุกกี้ ความน่าจะเป็นที่เด็กทั้ง 3 คน จะยืนเรียงติดกันทั้งหมดในแถวมีค่าเท่ากับข้อใด

- 1) 0.2 2) 0.3
 3) 0.4 4) 0.5

16. โถใบหนึ่งมีลูกอมบรรจุอยู่ 10 เม็ด โดยมีลูกอมรสตรอเบอรี่ 3 เม็ด ถ้าสุ่มหยิบลูกอมมา 2 เม็ด ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกอมรสตรอเบอรี่อย่างน้อย 1 เม็ด เท่ากับข้อใด

- 1) $\frac{1}{15}$ 2) $\frac{2}{15}$
 3) $\frac{4}{15}$ 4) $\frac{8}{15}$

17. กล่องใบหนึ่งบรรจุหลอดไฟที่เป็นสีแดง 6 หลอด ซึ่งเป็นหลอดดี 4 หลอด และหลอดไฟสีเขียว 4 หลอด ซึ่งเป็นหลอดดี 2 หลอด ในการสุ่มหยิบหลอดไฟครั้งละ 1 หลอด 2 ครั้ง แบบไม่ใส่คืน ความน่าจะเป็นที่จะได้หลอดไฟสีเดียวกันและเป็นไฟหลอดดีทั้งสองครั้ง มีค่าเท่ากับข้อใด

- 1) $\frac{7}{45}$ 2) $\frac{8}{45}$
 3) $\frac{12}{45}$ 4) $\frac{24}{25}$

18. กำหนดให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ไม่เกิดร่วมกัน

ถ้า $P(A) = 0.2$ และ $P(B) = 0.3$

แล้ว $P(A' \cup B')$ ตรงกับข้อใด

- 1) 0.2 2) 0.4
3) 0.7 4) 1

19. กำหนดจำนวนนับ 10 จำนวน เป็นจำนวนเฉพาะ

3 จำนวน ถ้าเลือกจำนวนนับดังกล่าวมา 5 จำนวน

แล้วความน่าจะเป็นที่จะได้จำนวนเฉพาะอย่างน้อย

สองจำนวนตรงกับข้อใด

- 1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{3}{4}$
3) $\frac{41}{126}$ 4) $\frac{105}{252}$

20. กำหนดแซมเปิลสเปซ $S = \{A, B, C, D, E\}$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ $\{A\} = \frac{1}{3}$

ข. โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ $\{E\} = \frac{1}{4}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) ถูกทั้งข้อ ก. และ ข. 2) ข้อ ก ถูก แต่ ข ผิด
3) ข้อ ก. ผิด แต่ ข. ถูก 4) ผิดทั้งข้อ ก. และ ข.

ข้อที่ 21 – 40 ข้อละ 3 คะแนน

21. กำหนดให้ $a_1, a_2, \dots, a_n$ เป็นลำดับเลขคณิต

ที่มีผลต่างร่วม d ซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$\left(a \frac{2}{2} - a_1 a_3\right) + \left(a \frac{2}{3} - a_2 a_4\right) + \dots + \left(a \frac{2}{n} - a_{n-1} a_{n+1}\right)$$

$$= 2(n-1)[(d-1)^2 + 1]$$

ผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตมีค่าเท่ากับข้อใด

- 1) -2 2) -1
3) 1 4) 2

22. กำหนดให้ $a_n = e^{\ln\left(3^{-\frac{n}{2}}\right)}$ และ $b_n = \log_{\frac{1}{3}}(a_n)$

$n \in \mathbb{N}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ และ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ ต่างเป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์

2) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์
แต่ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์

3) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์
แต่ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์

4) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ และ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์

23. จำนวน 5 จำนวนเรียงกันเป็นพจน์ต่อเนื่องกันใน

ลำดับเรขาคณิต ถ้าจำนวนแรกเท่ากับ $\frac{1}{4}$ และ

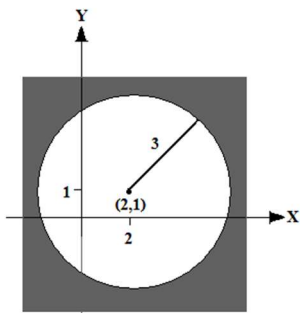
จำนวนสุดท้ายเท่ากับ $\frac{4}{81}$ จงหาอีก 3 จำนวน

ที่เหลือ

1) $\frac{1}{6}, -\frac{1}{9}, \frac{2}{27}$ 2) $\frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{2}{27}$

3) $-\frac{1}{6}, \frac{1}{9}, -\frac{2}{27}$ 4) ถูกทั้ง 2) และ 3)

24. บริเวณที่แรเงาเป็นกราฟของสมการในข้อใด



1) $|z - 2 - i| \leq 3$

2) $|z - 2 - i| \geq 3$

3) $|z - 1 + 2i| \geq 3$

4) $|z + 1 - 2i| \leq 3$

25. กำหนด $z_1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right)^{100}$

และ $z_2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)^{20}$

แล้ว $\overline{z_1 + z_2}$ ตรงกับข้อใด

1) 1

2) $\sqrt{3}i$

3) -1

4) $-\sqrt{3}i$

26. พิจารณา

ก. ถ้า $z = -2 + 2\sqrt{3}i$ แล้ว z^{17}

อยู่ในควอดรันต์ที่ 3

ข. ถ้า $|z| = |3 - 4i|$ และ $|z - 1| = \sqrt{30}$

แล้ว $\text{Im}(z) \in \{-\sqrt{21}, \sqrt{21}\}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1) ถูกทั้งข้อ ก. และ ข. 2) ข้อ ก. ถูก แต่ ข. ผิด

3) ข้อ ก. ผิด แต่ ข. ถูก 4) ผิดทั้งข้อ ก. และ ข.

27. สำหรับจำนวนเชิงซ้อน $z = a + bi$ และ

$w = c + di$ ใด ๆ นิยาม $z * w = ac - bdi$

และกำหนดให้ $z = \sqrt{5} + i$ ถ้า w เป็นอินเวอร์สของ z ภายใต้การดำเนินการ $*$ แล้ว $\overline{w}$ ตรงกับข้อใด

1) $\frac{1}{\sqrt{5}} - i$

2) $\frac{1}{\sqrt{5}} + i$

3) $1 - \frac{1}{\sqrt{5}}i$

4) $1 + \frac{1}{\sqrt{5}}i$

28. ถ้า $P_{n,r} = 990$ และ $\binom{n}{r} = 165$

แล้ว $n - 3r$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

29. ให้ $n \in I^+$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) ${}^nP_r = \frac{1}{(n+1)} {}^{n+1}P_{r+1}$

(ข) $(2n)! = n!2^2$

ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

1) ข้อ (ก) ถูกเพียงข้อเดียว

2) ข้อ (ข) ถูกเพียงข้อเดียว

3) ถูกทั้งข้อ (ก) และ (ข)

4) ผิดทั้งข้อ (ก) และ (ข)

30. เจ้าหน้าที่ฝ่ายสันตนาการซึ่งเป็นเพศชาย 4 คน

เพศหญิง 7 คน ได้จัดกิจกรรมต้อนรับปีใหม่โดย

การแข่งขัน “ขี่ม้าส่งเมือง” ตัดสินหาผู้ชนะภายใน

รอบเดียว วิธีที่ฝ่ายชายทั้ง 4 คน จะต้องเลือกจับคู่

กับฝ่ายหญิงเพื่อเล่นกิจกรรม “ขี่ม้าส่งเมือง”

มีได้กี่วิธี

1) 22 วิธี

2) 840 วิธี

3) 2,401 วิธี

4) 5,040 วิธี

31. จะมีเลขจำนวนเต็มกี่จำนวนระหว่าง 1,000 - 9,999 ที่มีเลขโดด 3 รวมอยู่ด้วย

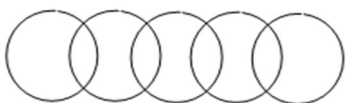
- 1) 3,164 จำนวน 2) 3,168 จำนวน
3) 5,830 จำนวน 4) 5,832 จำนวน

32. บ้านหลังหนึ่ง มีประตูทางเข้าอยู่ 3 ประตู ถ้าเงื่อนไขมีดังนี้

- (ก) เดินเข้าและเดินออกประตูใดก็ได้
(ข) เดินเข้าและเดินออกประตูห้ามซ้ำกัน
อยากรหาว่าข้อใดถูกต้อง

- 1) เงื่อนไขในข้อ (ก) ถ้าเลือกเดินเข้า 3 วิธี จะสามารถเลือกเดินออกประตูได้ 2 วิธี
2) เงื่อนไขในข้อ (ก) และ (ข) มีวิธีเดินเข้าและเดินออกประตูเท่ากัน
3) เงื่อนไขในข้อ (ก) มีวิธีเดินเข้าและเดินออกประตูเท่ากับ 8 วิธี
4) เงื่อนไขในข้อ (ข) มีวิธีเดินเข้าและเดินออกประตูเท่ากับ 6 วิธี

33. การทาสีวงกลม 5 วง ที่คล้องกัน ดังภาพด้วย ม่วง, น้ำเงิน, เขียว, เหลือง, แสด, แดง, และฟ้า โดยมีเงื่อนไขว่าต้องมีอย่างน้อย 2 วง มีสีเหมือนกัน อยากรหาว่าทำได้กี่วิธี



- 1) 13,890 วิธี 2) 14,287 วิธี
3) 15,360 วิธี 4) 16,807 วิธี

34. ถ้าใช้อักษร a, b, c, d ในการสร้างรหัสตัวนิรภัย โดยกำหนดการสร้างรหัสเป็น 1 หลัก หรือ 2 หลัก หรือ 3 หลัก หรือ 4 หลัก ก็ได้ แต่ห้ามใช้อักษร a, b, c, d ซ้ำกันในแต่ละหลัก อยากรหาว่า จะสร้างรหัสได้กี่แบบ

- 1) 4 แบบ 2) 12 แบบ
3) 24 แบบ 4) 64 แบบ

35. ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนหนึ่งจะสอบผ่าน

วิชาสังคมศึกษาเท่ากับ $\frac{2}{3}$ และสอบผ่าน

วิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ $\frac{2}{5}$ ถ้าความน่าจะเป็น

ที่นักเรียนคนนั้นสอบผ่านอย่างมากหนึ่งวิชา

เท่ากับ $\frac{11}{15}$ แล้วความน่าจะเป็นที่จะสอบผ่าน

อย่างน้อยหนึ่งวิชาเท่ากับข้อใด

- 1) $\frac{3}{5}$ 2) $\frac{4}{5}$
3) $\frac{7}{15}$ 4) $\frac{14}{15}$

36. บนเส้นรอบวงของวงกลมวงหนึ่ง มีจุด 7 จุด

ความน่าจะเป็นที่จะสร้างรูปสามเหลี่ยมภายใน

วงกลมนั้นตรงกับข้อใด

- 1) $\frac{7}{33}$ 2) $\frac{35}{99}$
3) $\frac{37}{99}$ 4) $\frac{42}{99}$

37. กล้องใบที่ 1 มีลูกบอลสีขาว 3 ลูก สีฟ้า 2 ลูก

สีเหลือง 1 ลูก กล้องใบที่ 2 มีสีขาว 2 ลูก สีฟ้า 3 ลูก

สีแดง 4 ลูก สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูก จากแต่ละกล้อง

ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอล 2 ลูกที่มีสีต่างกัน

เท่ากับข้อใด

- 1) $\frac{1}{4}$ 2) $\frac{7}{9}$
3) $\frac{1}{9}$ 4) $\frac{3}{4}$

38. ในการเลือกกรรมการห้องของนักเรียนชั้น ม.5/1 จำนวน 4 คน จากผู้ที่เพื่อน ๆ ร่วมกันเสนอชื่อ จำนวน 6 คน ในจำนวนนี้เป็นนักเรียนชาย 2 คน และนักเรียนหญิง 4 คน ความน่าจะเป็นที่ คณะกรรมการ ชุดนี้ประกอบด้วยนักเรียนหญิง ไม่น้อยกว่า 3 คน เท่ากับข้อใด

- 1) $\frac{9}{15}$ 2) $\frac{14}{15}$
3) $\frac{13}{15}$ 4) $\frac{8}{15}$

39. กำหนดให้ E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ในแซมเปิลสเปซ S พิจารณาข้อความต่อไปนี้
ก. $P(E_1 \cap E_2) - P(E_1) = P(E_2) - P(E_1 \cup E_2)$
ข. $P(E_1) = P(E_1 \cap E_2) + P(E_1 \cap E_2')$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) ข้อ (ก) ถูกเพียงข้อเดียว
2) ข้อ (ข) ถูกเพียงข้อเดียว
3) ถูกทั้งข้อ (ก) และ (ข)
4) ผิดทั้งข้อ (ก) และ (ข)

40. กำหนดให้
ความน่าจะเป็นที่หลอดไฟฟ้าในห้องน้ำเสีย = 0.2
ความน่าจะเป็นที่หลอดไฟฟ้าในห้องครัวเสีย = 0.1
ความน่าจะเป็นที่หลอดไฟฟ้าในห้องน้ำหรือ
ห้องครัวเสีย = 0.25
ความน่าจะเป็นที่หลอดไฟฟ้าในห้องน้ำและ
ห้องครัวเสียพร้อมกัน เท่ากับข้อใด
- 1) 0.05 2) 0.1
3) 0.3 4) 0.5

ข้อที่ 41 – 50 ข้อละ 5 คะแนน

41. กำหนดให้ x, y, z, w เป็นพจน์ 4 พจน์ เรียงกันในลำดับเรขาคณิต โดยที่ x เป็นพจน์แรก ถ้า $y + z = 6$ และ $z + w = -12$ จงหาค่าสัมบูรณ์ของพจน์ที่ 5 ของลำดับนี้

- 1) 24 2) 32
3) 48 4) 54

42. กำหนดให้ z เป็นจำนวนเชิงซ้อน และ $|z|$ แทนค่าสัมบูรณ์ (Modulus) ของ z โดยที่ $|z| < 1$ แล้วค่าของ $k \in \mathbb{R}$ ที่น้อยที่สุด

ซึ่งทำให้ $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{1-z}\right) > k$ ตรงกับข้อใด

- 1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{3}$
3) 1 4) 2

43. ถ้า z เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง $|z+25|=5|z+1|$

แล้วค่าของ $z\bar{z}$ ตรงกับข้อใด

- 1) 5 2) 10
3) 15 4) 25

44. ถ้า $\frac{(1+\sqrt{3}i)^6(1-i)^3}{(i-1)^4} = a+bi$

แล้วค่าของ $a+b$ ตรงกับข้อใด

- 1) 52 2) 56
3) 64 4) 68

45. ข้อใดเป็นสมการพหุนามที่มี $\sqrt{3}+1, 1-2i$ เป็นรากคำตอบ

- 1) $x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 10x - 10 = 0$
2) $x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 7x - 10 = 0$
3) $x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 6x - 10 = 0$
4) $x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 4x - 10 = 0$

46. กำหนดให้ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$ เป็นคำตอบ

ของสมการ $x^6 + 1 = 0$ ค่าของ

$$|x_1|^2 + |x_2|^2 + |x_3|^2 + \dots + |x_6|^2$$

ตรงกับข้อใด

- 1) 3 2) 6
3) 18 4) 24

47. ต้องการจัดเรียงตัวอักษรจากคำว่า "LOVER"

โดยมีเงื่อนไขว่า

1. พยัญชนะต้องไม่อยู่ติดกัน
2. สระต้องไม่อยู่ติดกัน
3. ไม่คำนึงถึงความหมายของคำ

จำนวนวิธีในการจัดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1) 8 2) 10
3) 11 4) 12

48. นักท่องเที่ยวชาวต่างชาติกลุ่มหนึ่ง มี 5 คน ซึ่งมีอยู่ 3 คนที่สามารถขับรถยนต์ได้ ถ้านักท่องเที่ยวกลุ่มนี้ทำการเช่ารถยนต์ที่มีเบาะหน้า 2 ที่นั่ง, เบาะหลัง 3 ที่นั่ง และต้องการให้คนที่ขับรถเป็นเท่านั้นที่สามารถนั่งเบาะหน้าได้ จำนวนวิธีที่จะจัดคนทั้ง 5 นี้เข้านั่งรถ คือข้อใด

- 1) 12 2) 18
3) 36 4) 42

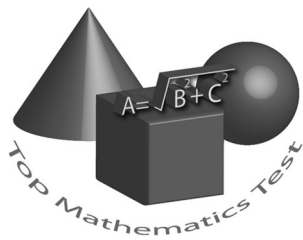
49. โยนลูกเต๋า 3 ลูก พร้อมกัน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าทิ้งสามลูกขึ้นแต้มเหมือนกัน หรือผลบวกของแต้มของลูกเต๋าทิ้งสามลูกเป็นจำนวนคี่ตรงกับข้อใด

- 1) $\frac{1}{72}$ 2) $\frac{17}{72}$
3) $\frac{37}{72}$ 4) $\frac{43}{72}$

50. ถ้าในงาน FAIR 2024 มีร้านค้ามาออกร้าน 300 ร้าน ในจำนวนนี้มีร้านค้าทางอุตสาหกรรมยานยนต์ 160 ร้าน ร้านค้าทางอุตสาหกรรมอะไหล่ยนต์ 90 ร้าน ร้านค้าที่เป็นอุตสาหกรรมยานยนต์และอะไหล่ยนต์ 40 ร้าน แล้วความน่าจะเป็นที่จะสุ่มเลือกตัวแทนร้านค้า 1 ร้าน ที่ไม่ใช่ร้านค้าที่เป็นอุตสาหกรรมยานยนต์และไม่เป็นอุตสาหกรรมอะไหล่ยนต์ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

- 1) $\frac{1}{6}$ 2) $\frac{2}{15}$
3) $\frac{3}{10}$ 4) $\frac{17}{30}$

ม.5



โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ประจำปีการศึกษา 2567

เฉลยข้อสอบ : วิชาคณิตศาสตร์

ครั้งที่ 45

สอบเมื่อวันเสาร์ที่ 25 มกราคม 2568 เวลา 8.00 – 10.00 น.

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 5

TOP MATHEMATICS TEST

ดูประกาศผลสอบได้ที่ www.toptestcenter.com ในหัวข้อ ประกาศผลสอบ

การจัดอันดับและการมอบรางวัล แบ่งออกเป็น

ระดับประเทศ

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 – 3 ได้รับเหรียญรางวัลพร้อมทุนการศึกษา

ระดับภาค

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 ของแต่ละภาค ได้รับใบเกียรติบัตรพร้อมทุนการศึกษา

ระดับจังหวัด

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 ของแต่ละจังหวัด ได้รับใบเกียรติบัตร

การประกาศผลสอบรายบุคคล จะแสดงคะแนนที่ได้ในแต่ละส่วนและคะแนนรวม
พร้อมทั้งสรุปอันดับที่ได้ของนักเรียนแต่ละคนในระดับจังหวัด, ภาค และประเทศ



บริษัท ท็อป เทสต์ เซ็นเตอร์ จำกัด

www.toptestcenter.com

175 หมู่ 8 ถ.รามคำแหง 2 แขวงดอกไม้ เขตประเวศ กทม. 10250 โทรศัพท์ 0-2739-9130 โทรสาร 0-2720-9744

โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ สังคมศึกษา

คณิตศาสตร์ 1 วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ 2

1. ตอบข้อ 1) 21

$$\text{จากสูตร } a_n = a_1 + (n-1)d$$

จากโจทย์

$$a_1 = 16, d = 3 - 16 = -13, a_n = -244$$

หา n แทนค่าในสูตร จะได้

$$-244 = 16 + (n-1)(-13)$$

$$-244 = 16 - 13n + 13$$

$$n = 21$$

2. ตอบข้อ 3) $\frac{1}{8}$

เนื่องจาก $2a, b, 3c$ เป็น 3 พจน์แรกของลำดับ

เลขคณิตและลำดับเรขาคณิต แสดงว่า

$$2a = b = 3c = k$$

เมื่อ k เป็นค่าคงที่ที่ไม่ใช่ศูนย์ จะได้ $2a = k$

$$\text{นั่นคือ } a = \frac{k}{2}, b = k, \text{ และ } 3c = k$$

$$\text{นั่นคือ } c = \frac{k}{3}$$

ดังนั้นค่าของ

$$\frac{a - c}{b + c} = \frac{\frac{k}{2} - \frac{k}{3}}{k + \frac{k}{3}} = \frac{[\frac{k}{6}]}{[\frac{4k}{3}]} = [\frac{k}{6}] [\frac{3}{4k}] = \frac{1}{8}$$

3. ตอบข้อ 3) -2

จากอนุกรม $1 + a + a^2 + \dots + a^{19}$ เป็นอนุกรม

เรขาคณิต

จากสูตร

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \quad S_{20} = 1 + a + a^2 + \dots + a^{19}$$

$$= \frac{1(a^{20} - 1)}{a - 1} \quad \dots\dots(1)$$

จาก

$$a^{20} + 2a - 3 = 0$$

$$a^{20} = 3 - 2a \quad \dots\dots\dots(2)$$

แทนค่า (2) ใน (1)

$$1 + a + a^2 + \dots + a^{19} = \frac{(3 - 2a) - 1}{a - 1}$$

$$= \frac{2 - 2a}{a - 1} = \frac{-2(a - 1)}{a - 1} = -2$$

4. ตอบข้อ 4) 2d

จาก $a_1, a_2, a_3 \dots$ เป็นลำดับเลขคณิตที่มี d

เป็นผลต่างร่วม พิจารณาสมการ

$$a_{97} = d + d + d + \dots + d \quad (48 \text{ พจน์})$$

$$\text{จะได้ } a_{97} = 48d \quad \text{ดังนั้น}$$

$$a_{51} = a_{97} - 46d = 48d - 46d = 2d$$

ค่าของพจน์ที่ 51 ของลำดับนี้ เท่ากับ $2d$

5. ตอบข้อ 2) $-i$

$$\text{พิจารณา } i^{-1} + i^{-2} + i^{-3} + i^{-4} = \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4}$$

$$= (-i) + (-1) + i + 1 = 0$$

จะเห็นว่าทุก ๆ 4 พจน์จะบวกกันได้ 0 จากโจทย์จะได้ว่า

ผลบวกนี้จะเหลือเพียงพจน์เดียวคือพจน์สุดท้ายคือ

$$i^{-2005} = -i$$

6. ตอบข้อ 4) ผิดทั้งข้อ ก. และ ข.

ข้อ ก. ผิด เพราะ

$$z_1 z_2 = \frac{2(\cos 12^\circ + i \sin 12^\circ)}{\cos 42^\circ + i \sin 42^\circ} \cdot \frac{8[\cos(-122^\circ) + i \sin(-122^\circ)]}{2[\cos(-62^\circ) + i \sin(-62^\circ)]}$$

$$= 8[\cos(-90^\circ) + i \sin(-90^\circ)]$$

$$= -8i \rightarrow \overline{z_1 z_2} = 8i$$

ข้อ ข. ผิด เพราะ

$$\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \left| \frac{2(\cos 12^\circ + i \sin 12^\circ)}{\cos 42^\circ + i \sin 42^\circ} \cdot \frac{2[\cos(-62^\circ) + i \sin(-62^\circ)]}{8[\cos(-122^\circ) + i \sin(-122^\circ)]} \right|$$

$$= \frac{1}{2} |\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ| = \frac{1}{2} \left| \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right| = \frac{1}{2}$$

7. ตอบข้อ 1) ถูกทั้ง 2 ข้อ

ให้ $Z = a + bi$ ดังนั้น $\bar{Z} = a - bi$ จะได้ว่า

$$\text{ส่วนจริง คือ } \operatorname{Re}(z) = a$$

$$\text{และ ส่วนจินตภาพ คือ } \operatorname{Im}(z) = b$$

$$\text{ข้อ ก. } z + \bar{Z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a = 2\operatorname{Re}(z)$$

$$\text{ข้อ ข. } z - \bar{Z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi = 2\operatorname{Im}(z)$$

8. ตอบข้อ 2) บรรทัดที่ (2)

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b} \quad \text{ก็ต่อเมื่อ } a \geq 0 \text{ และ } b \geq 0$$

แต่บรรทัดที่ 2) $\sqrt{-9}$ กับ $\sqrt{-4}$ หาค่าไม่ได้

9. ตอบข้อ 1) $\frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

จาก $\sin \frac{\pi}{6} = \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}) = \cos \frac{\pi}{3}$

$\cos \frac{\pi}{6} = \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}) = \sin \frac{\pi}{3}$

$z = \sin \frac{\pi}{6} + i \cos \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$

$10z = \cos \frac{10\pi}{3} + i \sin \frac{10\pi}{3}$

$= \cos(3\pi + \frac{\pi}{3}) + i \sin(3\pi + \frac{\pi}{3})$

$= \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

10. ตอบข้อ 3) 360 วิธี

จำนวนวิธี = $\binom{6}{4} \cdot 4! = 360$ วิธี

11. ตอบข้อ 3) 15 วิธี

จำนวนวิธีในการชวนเพื่อน = $\binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4}$
 $= 4 + 6 + 4 + 1 = 15$ วิธี

12. ตอบข้อ 2) 1,260 แบบ

สามารถสร้างสัญญาณธงได้

$\frac{9!}{3!2!4!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 2} = 1,260$ แบบ

13. ตอบข้อ 3) $\frac{5}{12}$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่ พิซิต, วันดี และไมตรี

นั่งไม่ติดกัน จาก $n(S) = 9! \rightarrow n(E)$

$= 6! \cdot P_{7,3} = \frac{6! \times 7!}{4!}$

$P(E) = \frac{6! \times 7!}{4! \times 9!} = \frac{5}{12}$

14. ตอบข้อ 4) 150 แบบ

แบ่ง 5 ออกเป็น 1, 1, 3 หรือ 1, 2, 2

นิภาพระแจของเล่นได้

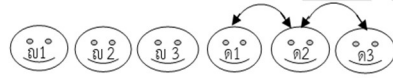
$= \left(\frac{5!}{2!3!} + \frac{5!}{(2!)^2 \cdot 2!} \right) \times 3!$

$= (10 + 15) \times 6 = 150$ แบบ

15. ตอบข้อ 1) 0.2

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่เด็กทั้ง 3 คนจะยืนเรียงติดกัน

จะได้ $n(S) = 6! = 720$



และ $n(E) = 4!3! = 144$

ดังนั้น $P(E) = \frac{144}{720} = 0.2$

16. ตอบข้อ 4) $\frac{8}{15}$

วิธีที่ 1 ให้ E แทนเหตุการณ์ที่จะได้ลูกอมรสสตอเบอร์รี่อย่างน้อย 1 เม็ดจะได้

$n(S) = \left[\frac{10}{2} \right] = \frac{10!}{(10-2)!2!} = 45$

$n(E) = \left[\frac{3}{1} \right] \times \left[\frac{7}{1} \right] + \left[\frac{3}{2} \right] = 24$

$P(E) = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$

17. ตอบข้อ 1) $\frac{7}{45}$

ให้ $P(A_i)$ แทนความน่าจะเป็นที่หยิบได้หลอดสีสีแดง

ครั้งที่ i ให้ $P(B_i)$ แทนความน่าจะเป็นที่หยิบได้

หลอดสีสีเขียวครั้งที่ i

ความน่าจะเป็นที่จะได้หลอดสีเดียวกันและหลอดสี

ทั้ง 2 ครั้ง

$= P(A_1 \cap A_2) + P(B_1 \cap B_2)$

$= \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} + \frac{2}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{14}{90} = \frac{7}{45}$

18. ตอบข้อ 4) 1

เนื่องจาก $A \cap B = \varnothing \rightarrow P(A \cap B) = 0$

จะได้ $P(A' \cup B') = P[(A \cap B)']$

$= 1 - P(A \cap B)$

$= 1 - 0 = 1$

19. ตอบข้อ 1) $\frac{1}{2}$

$$n(S) = \binom{10}{5} = \frac{10!}{5!5!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2} = 252$$

$$n(E) = \binom{3}{2} \binom{7}{3} + \binom{3}{3} \binom{7}{2} = 105 + 21 = 126$$

$$\therefore P(E) = \frac{126}{256} = \frac{1}{2}$$

20. ตอบข้อ 4) ผิดทั้งข้อ ก. และ ข.

ข้อ ก ผิด เพราะ $P(\{A\}) = \frac{1}{5}$

ข้อ ข ผิด เพราะ $P(\{E\}) = \frac{1}{5}$

จากรูปภาพที่ให้มา เราสามารถวิเคราะห์คำตอบดังนี้:
เซต $S = \{A, B, C, D, E\}$

ข้อ ก. โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ $\{A\} = \frac{1}{5}$

ตรวจสอบความถูกต้อง:

1. ในเซต S มี 5 ตัว ดังนั้น จำนวนเหตุการณ์ $\{A\}$ เกิดขึ้น 1 ครั้ง จากทั้งหมด 5 ครั้ง ความน่าจะเป็น = $1/5$

ดังนั้นข้อ ก. ผิด

ข. โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ $\{E\} = \frac{1}{4}$

ตรวจสอบความถูกต้อง:

2. จำนวนเหตุการณ์ $\{E\}$ เกิดขึ้น 1 ครั้ง จากทั้งหมด 5 ครั้ง ความน่าจะเป็น = $1/5$

ดังนั้นข้อ ข. ผิด

21. ตอบข้อ 4) 2

จาก $a_1, a_2, \dots, a_n$ เป็นลำดับเลขคณิตที่มีผลต่างร่วม d ซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$(a_2^2 - a_1 a_3) + (a_3^2 - a_2 a_4) + \dots + (a_n^2 - a_{n-1} a_{n+1}) = 2(n-1)[(d-1)^2 + 1] \dots (1)$$

พิจารณา

$$a_2^2 - a_1 a_3 = a_2^2 - (a_2 - d)(a_2 + d) = a_2^2 - (a_2^2 - d^2) = d^2$$

$$a_n^2 - a_{n-1} a_{n+1} = a_n^2 - (a_n - d)(a_n + d) = a_n^2 - (a_n^2 - d^2) = d^2 \dots (2)$$

นำค่าที่ได้จาก (2) แทนค่าใน (1) จะได้

$$d^2 = 2[d^2 - 2d + 2] \rightarrow d^2 - 4d + 4 = 0$$

$$\rightarrow (d-2)^2 = 0 \rightarrow d = 2$$

22. ตอบข้อ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์...

$$\text{จาก } a_n = e^{\frac{1}{2} \ln 3^{-n}} = \frac{1}{3^{n/2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^n \dots (1)$$

$$\text{ดังนั้น } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี } r = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

ซึ่ง $|r| < 1$ จึงได้ว่า $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์

จาก (1) และที่โจทย์กำหนดให้ จะได้

$$b_n = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{n/2} = \frac{n}{2}$$

$$\text{ดังนั้น } \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ เป็นอนุกรมเลขคณิตที่ไม่ใช่ } \sum_{n=1}^{\infty} 0$$

จึงสรุปว่า $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์

23. ตอบข้อ 4) ถูกทั้งข้อ 2) และ ข้อ 3)

$$\text{จากโจทย์ } a_1 = \frac{1}{4}, a_5 = \frac{4}{81}$$

$$\text{จากสูตร } a_5 = a_1 r^4 \text{ แทนค่า}$$

$$\frac{4}{81} = \frac{1}{4} r^4, r^4 = \frac{16}{81} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \text{ or } \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \rightarrow r = \frac{2}{3} \text{ or } -\frac{2}{3}$$

จะได้อีก 3 จำนวน คือ

$$\frac{1}{4} \left(\frac{2}{3}\right), \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3}\right)^2, \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{2}{27}$$

เมื่อ $r = \frac{2}{3}$ หรือ อีก 3 จำนวน คือ

$$\frac{1}{4} \left(-\frac{2}{3}\right), \frac{1}{4} \left(-\frac{2}{3}\right)^2, \frac{1}{4} \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{1}{6}, \frac{1}{9}, -\frac{2}{27}$$

เมื่อ $r = -\frac{2}{3}$

24. ตอบข้อ 2) $|z - 2 - i| \geq 3$

$$\text{จาก } |z - 2 - i| = 3$$

$$|(a-2) + (b-1)i| = 3$$

$$\sqrt{(a-2)^2 + (b-1)^2} = 3$$

$$(a-2)^2 + (b-1)^2 = 3^2$$

จะได้กราฟวงกลม จุดศูนย์กลาง (2, 1) รัศมี 3 หน่วย

พิจารณารูปของสมการ $|z - 2 - i| \geq 3$

จะได้กราฟเช่นเดียวกับที่กำหนด

25. ตอบข้อ 3) -1

$$\begin{aligned} z_1 &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)^{100} = \left(\cos\frac{11\pi}{6} + i\sin\frac{11\pi}{6}\right)^{100} \\ &= \cos\frac{1100\pi}{6} + i\sin\frac{1100\pi}{6} \\ &= -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z_2 &= \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{20} \\ &= \left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)^{20} \\ &= \cos\frac{100\pi}{3} + i\sin\frac{100\pi}{3} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ \overline{z_1 + z_2} &= -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = -1 = -1 \end{aligned}$$

26. ตอบข้อ 1) ถูกทั้งข้อ ก และ ข

ข้อ ก. ถูก

$$\begin{aligned} z &= -2 + 2\sqrt{3}i, r = r = \sqrt{4+12} = 4 \\ z &= 4\left(\frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = 4\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) \\ z^{17} &= 4^{17}\left(\cos\frac{34\pi}{3} + i\sin\frac{34\pi}{3}\right) \\ &= 4^{17}\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right) \text{ อยู่ในควอดรันต์ที่ 3} \end{aligned}$$

ข้อ ข. ถูก

$$\begin{aligned} z &= |z| = |3+4i| = 5 \\ \text{และ } (|z-1|)^2 &= (\sqrt{30})^2 \\ (z-1)(\overline{z-1}) &= 30 \\ |z|^2 - z - \overline{z} + 1 &= 30 \\ z + \overline{z} &= |z|^2 + 1 - 30 = -4 \\ z + \overline{z} &= -4 \\ z(z + \overline{z} + 4) &= 0 \end{aligned}$$

$$z^2 + 4z + 25 = 0$$

$$(z+2)^2 + 21 = 0$$

$$z+2 = \pm\sqrt{21}i$$

$$z = -2 \pm \sqrt{21}i$$

$$\therefore \operatorname{Im}(z) = \pm\sqrt{21}$$

27. ตอบข้อ 1) $\frac{1}{\sqrt{5}} - i$

ให้ $e = x + yi$ เป็นเอกลักษณ์สำหรับจำนวนเชิงซ้อนใดๆ

ภายใต้การดำเนินการ $*$ จะได้ $z * e = z$

$$(\sqrt{5} + i) * (x + yi) = \sqrt{5} + i$$

$$\sqrt{5}x - yi = \sqrt{5} + i$$

นั่นคือ $x = 1$ และ $y = -1$ ดังนั้น $e = 1 - i$

$$\text{จาก } z * w = e \quad (\sqrt{5} + i) * (c + di) = 1 - i$$

$$\text{จะได้ } \sqrt{5}c - di = 1 - i$$

$$w = \frac{1}{\sqrt{5}} + i, \quad \text{ดังนั้น } \overline{w} = \frac{1}{\sqrt{5}} - i$$

28. ตอบข้อ 2) 2

$$P_{n,r} = r! C_{n,r} \Rightarrow 990 = r!(165) \quad \therefore r = 3$$

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \Rightarrow \frac{n!}{(n-3)!3!} = 165$$

$$\therefore n = 11 \quad \text{ดังนั้น } 11 - 3(3) = 2$$

29. ตอบข้อ 1) ข้อ (ก) ถูกเพียงข้อเดียว

ข้อ (ข) ผิด ตัวอย่างเช่น ให้ $n = 2$ จะได้

$$(2n!) = (2 \times 2)! = 4! = 24$$

$$n!2^n = (2!)2^2 = 8$$

30. ตอบข้อ 2) 840 วิธี

แบ่งงานได้ 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ชายคนที่ 1 เลือกหญิงได้ 7 วิธี

ขั้นที่ 2 ชายคนที่ 2 เลือกหญิงได้ 6 วิธี

ขั้นที่ 3 ชายคนที่ 3 เลือกหญิงได้ 5 วิธี

ขั้นที่ 4 ชายคนที่ 4 เลือกหญิงได้ 4 วิธี

งานที่ทำได้ คือ $7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$ วิธี

31. ตอบข้อ 2) 3,168 จำนวน

จำนวนทั้งหมดที่อยู่ระหว่าง 1,000 – 9,999

มี $(9,998-1,001)+1 = 8,998$ จำนวน

จำนวนที่ไม่มีเลขโดด 3 ปนอยู่ มี

$$\left[\binom{8}{1} \times \binom{9}{1} \times \binom{9}{1} \times \binom{9}{1} \right] - 2 = 5,830 \text{ จำนวน}$$

*หลักพันจะเป็น 0 และ 3 ไม่ได้ ดังนั้นจึงเหลือเพียง 8 ตัว

ดังนั้นมีจำนวนที่มีเลขโดด 3 รวมอยู่ด้วยคือ

$$8,998 - 5,830 = 3,168 \text{ จำนวน}$$

32. ตอบข้อ 4) เงื่อนไขในข้อ (ข) มีวิธีเดินเข้าและ...

เดินเข้าและเดินออกประตูใดก็ได้

ขั้นตอนที่1 เดินเข้าได้ 3 วิธี ขั้นตอนที่2 เดินออกได้ 3 วิธี

เท่ากับ 3×3 เท่ากับ 9 วิธี

เดินเข้าและเดินออกประตูห้ามซ้ำกัน

ขั้นตอนที่1 เดินเข้าได้ 3 วิธี ขั้นตอนที่2 เดินออกได้ 2 วิธี

เท่ากับ 3×2 เท่ากับ 6 วิธี

33. ตอบข้อ 2) 14,287 วิธี

สมมติให้ X แทนจำนวนวิธีในการทาสี 7 สีลงบนวงกลม

5 วง แบบไม่มีเงื่อนไข

และ y แทนจำนวนวิธีในการทาสีลงบนวงกลม 5 วง

ด้วยสีที่ไม่เหมือนกันเลย

พบว่า จำนวนวิธีที่ทำได้โดยมีเงื่อนไขว่าต้องมีอย่างน้อย

2 วง มีสีเหมือนกันเท่ากับ $x - y$ วิธี

1. จำนวนวิธีในการทาสี 7 สีลงบนวงกลม 5 วง แบบไม่มี

เงื่อนไขทำได้ $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$ วิธี

จะได้ $x = 16,807$ วิธี

2. จำนวนวิธีในการทาสีลงบนวงกลม 5 วง ด้วยสีที่ไม่

เหมือนกัน ทำได้ $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3$ วิธี

จะได้ $y = 2,520$ วิธี

ดังนั้น $x - y = 16,807 - 2,520 = 14,287$ วิธี

34. ตอบข้อ 4) 64 แบบ

การเขียนรหัสแยกเป็น 4 กรณี ดังนี้

กรณีที่1 สร้างรหัสที่ใช้อักษร 1 ตัว ได้ 4 แบบ

กรณีที่2 สร้างรหัสที่ใช้อักษร 2 ตัว ได้ $4 \times 3 = 12$ แบบ

กรณีที่3 สร้างรหัสที่ใช้อักษร 3 ตัวได้ $4 \times 3 \times 2 = 24$ แบบ

กรณีที่4 สร้างรหัสที่ใช้อักษร 4 ตัวได้ $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ แบบ

จะสร้างรหัสได้ทั้งหมดเท่ากับ $4+12+24+24=64$ แบบ

35. ตอบข้อ 2) $\frac{4}{5}$

ให้ A แทนเหตุการณ์ที่นักเรียนสอบผ่านวิชาสังคม

B แทนเหตุการณ์ที่นักเรียนสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์

$A \cup B$ แทนเหตุการณ์ที่สอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งวิชา

$(A \cap B)'$ แทนเหตุการณ์ที่สอบผ่านอย่างมากที่สุดหนึ่งวิชา

$$\text{จาก } P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(B) = \frac{2}{5}$$

$$P(A \cap B)' = 1 - P(A \cap B),$$

$$P(A \cap B) = \frac{4}{15}$$

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{2}{5} - \frac{4}{15} = \frac{4}{5}$$

36. ตอบข้อ 2) $\frac{35}{99}$

$$\text{จาก } n(S) = \binom{7}{3} + \binom{7}{4} + \binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7} = 99$$

$$\text{และ } n(E) = \binom{7}{3} = 35$$

$$\therefore P(E) = \frac{35}{99}$$

37. ตอบข้อ 2) $\frac{7}{9}$

$$n(S) = \binom{6}{1} \binom{9}{1} = 54$$

หาจำนวนวิธีที่ได้ลูกบอลสีเดียวกัน

$$= \binom{3}{1} \binom{2}{1} + \binom{2}{1} \binom{3}{1} = 12$$

$\therefore$ จำนวนวิธีที่ได้ลูกบอลสีต่างกัน

$$= 54 - 12 = 42$$

$$\text{ดังนั้น } P(E) = \frac{42}{54} = \frac{7}{9}$$

38. ตอบข้อ 1) $\frac{9}{15}$

$$n(S) = \binom{6}{4} = \frac{6!}{4!2!} = 15$$

$$n(E) = \binom{4}{3} \binom{2}{1} + \binom{4}{4} = 9$$

$$\therefore P(E) = \frac{9}{15}$$

39. ตอบข้อ 3) ถูกทั้งข้อ (ก) และ (ข)

ถ้า E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ในปริภูมิตัวอย่าง S
แล้ว

กฎข้อที่ 1

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

จะได้ว่า

$$P(E_1 \cap E_2) - P(E_1) = P(E_2) - P(E_1 \cup E_2)$$

กฎข้อที่ 4

$$P(E_1 - E_2) = P(E_1) - P(E_1 \cap E_2) = P(E_1 \cap E_2')$$

จะได้ว่า

$$P(E_1) = P(E_1 \cap E_2) + P(E_1 \cap E_2')$$

40. ตอบข้อ 1) 0.05

ให้ $P(A)$ แทนความน่าจะเป็นที่หลอดไฟในห้องน้ำเสีย
 $= 0.2$

$P(B_i)$ แทนความน่าจะเป็นที่หลอดไฟในห้องครัวเสีย
 $= 0.1$

$P(A \cup B)$ แทนความน่าจะเป็นที่หลอดไฟในห้องน้ำ
หรือห้องครัวเสีย $= 0.25$

$P(A \cap B)$ แทนความน่าจะเป็นที่หลอดไฟในห้องน้ำ
และห้องครัวเสียพร้อมกัน

$$\therefore P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \\ = 0.2 + 0.1 - 0.25 = 0.05$$

41. ตอบข้อ 3) 48

จาก x, y, z, w เป็น 4 พจน์เรียงกันในลำดับ
เรขาคณิต โดยที่ x มีค่าเท่ากับ r

จะได้ x, y, z, w มีค่าเท่ากับ x, xr, xr^2, xr^3
ตามลำดับ จาก

$$y + z = 6, xr + xr^2 = 6 \dots \dots \dots (1)$$

$$z + w = -12, xr^2 + xr^3 = -12 \dots \dots \dots (2)$$

(2) $\div$ (1) จะได้

$$\frac{xr^2 + xr^3}{xr + xr^2} = \frac{-12}{6}$$

$$\frac{xr^2(1+r)}{xr(1+r)} = -2 \rightarrow r = -2$$

แทนค่า $r = -2$ ใน (1) จะได้

$$x(-2) + x(-2)^2 = 6, x = 3$$

จะได้พจน์ที่ 5 ของลำดับนี้คือ

$$a_5 = a_1 r^4 = xr^4 = 3(-2)^4 = 48$$

ดังนั้นค่าสัมบูรณ์ของพจน์ที่ 5 ของลำดับนี้ เท่ากับ

$$|48| = 48$$

42. ตอบข้อ 1) $\frac{1}{2}$

ให้ $z = a + bi$ และ $|z| < 1 \rightarrow a^2 + b^2 < 1$

จะได้ว่า $a^2 < 1$ และ $b^2 < 1$

$$\rightarrow -1 < a < 1 \text{ และ } -1 < b < 1$$

$$\text{จาก } -1 < a < 1 \rightarrow -1 < -a < 1$$

$$\rightarrow 0 < 1 - a < 2 \rightarrow \frac{1}{1-a} > \frac{1}{2}$$

$$\text{แต่ } \operatorname{Re}\left(\frac{1}{1-z}\right) = \frac{1}{1-a} > \frac{1}{2}$$

$$\text{ดังนั้น } k = \frac{1}{2}$$

43. ตอบข้อ 4) 25

$$|Z + 25| = 5|Z + 1| \rightarrow |Z + 25|^2 = 25|Z + 1|^2$$

จากสมบัติที่ว่า $|Z|^2 = Z\bar{Z}$ จะได้ว่า

$$(\bar{Z} + 25)(Z + 25) = 25(\bar{Z} + 1)(Z + 1)$$

$$(\bar{Z} + 25)(Z + 25) = 25(\bar{Z} + 1)(Z + 1)$$

$$Z\bar{Z} + 25Z + 25\bar{Z} + 625 = 25Z\bar{Z} + 25Z + 25\bar{Z} + 25$$

$$24Z\bar{Z} = 600$$

$$\text{จะได้ } Z\bar{Z} = 25$$

44. ตอบข้อ 3) 64

$$\begin{aligned} & \frac{(1+\sqrt{3}i)^6(1-i)^3}{(i-1)^4} \\ &= \frac{[2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})]^6 [1^3 - 3(1^2)(i) + 3(1)(i^2) - i^3]}{(i^2 - 2i + 1)^2} \\ &= \frac{[2^6(\cos 2\pi + i \sin 2\pi)][1 - 3i - 3 + i]}{(-1 - 2i + 1)^2} \\ &= \frac{2^6[-2 - 2i]}{-4} = 32 + 32i = a + bi \end{aligned}$$

ดังนั้น $a+b=32+32 = 64$

45. ตอบข้อ 3) $x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 6x - 10 = 0$

เนื่องจากมี $1+\sqrt{3}$ ดังนั้นต้องมี $1-\sqrt{3}$ ด้วยอีก

หนึ่งคำตอบ และมี $1-2i$ จะต้องมีย $1+2i$

เป็นคำตอบด้วย

ดังนั้นสมการพหุนามคือ

$$\begin{aligned} & (x-(1+\sqrt{3}))(x-(1-\sqrt{3}))(x-(1-2i))(x-(1+2i))=0 \\ & ((x-1)-\sqrt{3})((x-1)+\sqrt{3})((x-1)+2i)((x-1)-2i)=0 \\ & \text{จัดรูปแบบ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [(x-1)^2 - \sqrt{3}] [(x-1)^2 - (2i)^2] = 0 \\ & [x^2 - 2x + 1 - 3] [x^2 - 2x + 1 + 4] = 0 \end{aligned}$$

$$x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 2x^2 + 4x^2 - 10x - 2x^2 + 4x - 10 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 6x - 10 = 0$$

เป็นสมการพหุนามที่มี $\sqrt{3}+1$, $1-2i$ รากคำตอบ

46. ตอบข้อ 2) 6

$$x^6 + 1 = (x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1) = 0$$

จะได้ $x^2 + 1 = 0$ หรือ $x^4 - x^2 + 1 = 0$

$$x_{1,2} = \pm i \text{ หรือ } x^4 - 2x^2 + 1 + x^2 = 0$$

$$|x_1| = 1 = |x_2|$$

$$(x^2 - 1) - (xi)^2 = 0$$

$$(x^2 - xi - 1)(x^2 + xi - 1) = 0$$

จะได้ $x^2 - xi - 1 = 0$ หรือ $x^2 + xi - 1 = 0$

$$x_{3,4} = \frac{i \pm \sqrt{3}}{2} \text{ หรือ } x_{5,6} = \frac{-i \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$|x_2| = |x_3| = 1 \quad |x_5| = |x_6| = 1$$

$$\text{นั่นคือ } |x_1|^2 + |x_2|^2 + \dots + |x_6|^2 = 1 + 1 + 4(1) = 6$$

47. ตอบข้อ 4) 12

จัดเรียงพยัญชนะ 3 ตัว สระ 2 ตัว ตามเงื่อนไข แสดงว่า

ตำแหน่งของพยัญชนะและสระนั้นต้องตายตัว คือ

$$\binom{3}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{3-1}{1} \times \binom{2-1}{1} \times \binom{3-2}{1} = 12 \text{ วิธี}$$

48. ตอบข้อ 3) 36

1. เลือกคนขับ 1 คน จาก 3 คน ได้ 3 วิธี

2. เลือกคนนั่งหน้า 1 คน จาก 2 คน ได้ 2 วิธี

3. จัดคนที่เหลือนั่งเบาะหลังได้ 3! วิธี

ดังนั้น วิธีทั้งหมด คือ $3 \times 2 \times 3! = 36$ วิธี

49. ตอบข้อ 3) $\frac{37}{72}$

ให้

E_1 แทนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้มเหมือนกัน

ทั้งสามลูก

E_2 แทนเหตุการณ์ที่ผลบวกของแต้มของลูกเต๋ารับ

ทั้งสามลูกเป็นจำนวนคี่

จาก

$$n(S) = 6^3 = 216$$

$$n(E_1) = 6$$

$$n(E_2) = (C(3,1) \times C(3,1) \times C(3,1)) + (C(3,1) \times C(3,1) \times C(3,1))$$

จำนวนวิธีที่ลูกเต๋ารับขึ้นจำนวนวิธีที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้มคู่

แต้มเป็นคี่ทั้ง 3 ลูก 2 ลูก และแต้มคี่ 1 ลูก

$$= (3 \times 3 \times 3) + (3 \times 3 \times 3 \times 3) = 27 + 81 = 108$$

$$\text{และ } n(E_1 \cap E_2) = 3$$

$$\therefore P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

$$= \frac{6}{216} + \frac{108}{216} - \frac{3}{216} = \frac{111}{216} = \frac{37}{72}$$

50. ตอบข้อ 3) $\frac{3}{10}$

สมมติให้ A แทน ร้านค้าที่เป็นอุตสาหกรรมยานยนต์

B แทน ร้านค้าที่เป็นอุตสาหกรรมอะไหล่ยนต์

ต้องการทราบ $n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B)$

โดย

$$\begin{aligned}n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\&= 160 + 90 - 40 = 210\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore n(A \cup B)' &= n(U) - n(A \cup B) \\&= 300 - 210 = 90\end{aligned}$$

n(S): เลือกร้าน 1 ร้านจากทั้งหมด 300 ร้าน) = 300

n(E): เลือก 1 ร้านจากที่ไม่เป็นอุตสาหกรรมยานยนต์และ

ไม่เป็นอุตสาหกรรมอะไหล่ยนต์) = 90 ร้าน

ดังนั้น P(E): ที่ไม่เป็นอุตสาหกรรมยานยนต์และไม่เป็น

$$\text{อุตสาหกรรมอะไหล่ยนต์} = \frac{90}{300} = \frac{3}{10} = 0.3$$