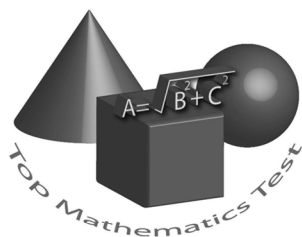


ม.6



โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาคเรียนที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2567

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์

ครั้งที่ 44

สอบวันเสาร์ที่ 24 สิงหาคม 2567 เวลา 08.00 – 10.00 น.

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 6

เลขประจำตัวสอบ ชื่อ – สกุล ห้องเรียน เลขที่

การระบายที่ถูกต้อง

9	0	1	0	4	2
0	●	0	●	0	0
1	1	●	1	1	1
2	2	2	2	2	●
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	●	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

การระบายที่ไม่ถูกต้อง

9	0	1	0	4	2
0	●	0	●	0	0
1	1	●	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

คำเตือน

ผู้ที่ระบายรหัสประจำตัวผู้เข้าสอบไม่ถูกต้อง
ระบบจะไม่ตรวจกระดาษคำตอบของท่าน

คำชี้แจงในการทำข้อสอบ

- ข้อสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 8 หน้า
มีจำนวนข้อทั้งหมด 50 ข้อ คะแนนเต็ม 150 คะแนน
แบ่งตามเนื้อหาสาระ ดังนี้
- ข้อที่ 1 – 20 : พื้นฐานและความเข้าใจ 40 คะแนน
- ข้อที่ 21 – 40 : การวิเคราะห์/การประยุกต์ใช้ 60 คะแนน
- ข้อที่ 41 – 50 : การสังเคราะห์/ประเมินค่า 50 คะแนน
- ในแต่ละข้อให้เลือกรายการคำตอบที่คิดว่าถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว
ลงในกระดาษคำตอบด้วยดินสอดำ (2B ขึ้นไป)
- หากพบว่าข้อใดไม่มีคำตอบที่ถูกต้องให้ระบายตัวเลือกที่ 5
- หากพบว่ามีทุจริตในการสอบจะตัดสิทธิ์ออกจากการสอบทันที



บริษัท ท็อป เทสต์ เซ็นเตอร์ จำกัด

www.toptestcenter.com

175 หมู่ 8 ถ.รามคำแหง 2 แขวงดงอกมี เขตประเวศ กทม. 10250 โทรศัพท์ 0-2739-9130 โทรสาร 0-2720-9744

โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ สังคมศึกษา

คณิตศาสตร์ 1 วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ 2

1. กำหนดให้ $A = \left\{ x \mid \frac{(x-2)(x+3)}{(x+4)(2x-1)} \leq 0 \right\}$

และ $B = \{ x \mid x \in A \text{ และ } x < 0 \}$

ถ้า a เป็นสมาชิกที่มีค่ามากที่สุดของ A และ b

เป็นสมาชิกที่มีค่ามากที่สุดของ B แล้ว

$|ab|$ เท่ากับข้อใด

- 1) 6 2) 8
3) 10 4) 12

2. กำหนดให้ $P(x) = x^2 + bx + c$ โดยที่ $b, c \in I$

ถ้า $P(x)$ เป็นตัวประกอบของพหุนาม $f(x)$

และ $g(x)$ โดยที่ $f(x) = x^4 + 6x^2 + 25$

$g(x) = 3x^4 + 4x^2 + 28x + 5$

แล้ว $P(1)$ เท่ากับข้อใด

- 1) 1 2) 2
3) 3 4) 4

3. $\text{Antilog}(\log 256 - \log 129)$ มีค่าตรงกับข้อใด

- 1) $\frac{2^7+2}{2^1} \cdot \frac{2^6+2}{2^2} \cdot \frac{2^5+2}{2^3} \cdot \frac{2^4+2}{2^4} \cdot \frac{2^3+2}{2^5} \cdot \frac{2^2+2}{2^6} \cdot \frac{2+2}{2^7}$
2) $\frac{2^1-1}{2^1} \cdot \frac{2^2-1}{2^2} \cdot \frac{2^3-1}{2^3} \cdot \frac{2^4-1}{2^4} \cdot \frac{2^5-1}{2^5} \cdot \frac{2^6-1}{2^6} \cdot \frac{2^7-1}{2^7}$
3) $\frac{2^7+2}{2^1} \cdot \frac{2^6+2}{2^2} \cdot \frac{2^5+2}{2^3} \cdot \frac{2^4+2}{2^4} \cdot \frac{2^3+2}{2^5} \cdot \frac{2^2+2}{2^6} \cdot \frac{2+2}{2^7}$
4) $\frac{2^1-1}{2^1} \cdot \frac{2^2-1}{2^2} \cdot \frac{2^3-1}{2^3} \cdot \frac{2^4-1}{2^4} \cdot \frac{2^5-1}{2^5} \cdot \frac{2^6-1}{2^6} \cdot \frac{2^7-1}{2^7}$

4. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $\tan 61^\circ - \tan 16^\circ \tan 61^\circ - \tan 16^\circ = 1$

(ข) $2\arctan\left(\frac{1}{3}\right) < \arctan\left(\frac{3}{4}\right)$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) ข้อ (ก) เท่านั้นที่เป็นจริง
2) ข้อ (ข) เท่านั้นที่เป็นจริง
3) ทั้งข้อ (ก) และข้อ (ข) ต่างก็เป็นจริง
4) ทั้งข้อ (ก) และข้อ (ข) ต่างก็เป็นเท็จ

5. กำหนดให้

$\sin \theta - \sin^2 \theta + \sin^3 \theta - \sin^4 \theta + \dots = \frac{1}{4}$

และ $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ผลบวกของอนุกรม

$\cos \theta + \cos^2 \theta + \cos^3 \theta + \dots$ เท่ากับข้อใด

- 1) $2+8\sqrt{6}$ 2) $2+6\sqrt{8}$
3) $6+8\sqrt{2}$ 4) $8+6\sqrt{2}$

6. จงหา 3 พจน์แรกของลำดับที่มี

$a_n = (-1)^{n+1} (2n+1)$

- 1) 1, -3, 5 2) 2, -5, 7
3) 3, -5, 7 4) 4, -7, 9

7. กำหนดให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ใดๆ โดยที่

$P(A) = 0.5, P(B) = 0.6$

และ $P(A' \cap B') = 0.2$

อยากทราบว่า $P(A \cap B)$ เท่ากับข้อใด

- 1) 0.1 2) 0.3
3) 0.5 4) 0.6

8. กำหนดให้

$$A = \left\{ x \mid x \in [0, 2\pi] \text{ และ } \tan^4 x - \cos^2 x = \sin^2 x - \sec^3 x \right\}$$

สมาชิกของ A มีทั้งหมดกี่จำนวน

- 1) 2 จำนวน 2) 3 จำนวน
3) 4 จำนวน 4) 5 จำนวน

9. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันจาก X ไป Y

และ $A \subset X, B \subset Y$

ให้ $f(A) = \{y \in Y \mid y = f(x) \text{ โดยที่ } x \in A\}$

และ $f^{-1}(B) = \{x \in X \mid f(x) \in B\}$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $f^{-1}(f(A)) \subset A$

(ข) $A \subset f^{-1}(f(A))$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) ข้อ (ก) เท่านั้นที่เป็นจริง
2) ข้อ (ข) เท่านั้นที่เป็นจริง
3) ทั้งข้อ (ก) และ (ข) เป็นจริง
4) ทั้งข้อ (ก) และ (ข) เป็นเท็จ

10. กำหนดให้ $A = \{x \mid (2x+1)(x-2) < 3\}$ และ

$B = \{x \mid 16 - 9x^2 > 0\}$ อยากทราบว่าเซตของ

$A \cap B$ เป็นสับเซตของช่วงใดต่อไปนี้

- 1) $\left(-\frac{4}{3}, \frac{5}{2}\right)$ 2) $\left(-1, \frac{5}{2}\right)$
3) $\left(-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$ 4) $\left(-1, \frac{4}{3}\right)$

11. เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วที่คงที่ 10 ft/s ในแนวเส้นตรงบนระบบพิกัดฉาก เมื่อเวลา 0 วินาที วัตถุตำแหน่งได้ -7 ถ้าให้ $f(x)$ แทนตำแหน่งที่ x (ณ. เวลา) แล้วจะเขียน explicit formula ได้ตรงกับข้อใด

- 1) $f(x+10) = f(x) - 7$
2) $f(x+1) = f(x) + 10$
3) $f(x) = 10x - 7$
4) $f(x) = 10 - 7x$

12. กำหนดให้ $B = \left\{ x \mid \frac{x^2}{2} = -(2x+1) \right\}$

และ $A = \{x \mid |x-4| = 5\}$

แล้วฟังก์ชันจากเซต A ไป B มีทั้งหมดกี่ฟังก์ชัน

- 1) 4 ฟังก์ชัน 2) 5 ฟังก์ชัน
3) 7 ฟังก์ชัน 4) 9 ฟังก์ชัน

13. กำหนดให้ f และ g เป็นฟังก์ชัน ซึ่ง $f(x) < 0$

ทุก x ถ้า $g^{-1}(x) = \frac{x+1}{3}$ และ

$$(g \circ f)(x) = 2[f(x)]^2 + 2f(x) - 4$$

แล้วค่าของ $f(10) + g(50)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- 1) 98 2) 116
3) 137 4) 148

14. กำหนดให้ $3x - 7y + 13 = 0, x + y = -1$

และ $7x - 3y = 23$ อยากทราบว่า

มีพื้นที่สามเหลี่ยมเท่ากับข้อใด

- 1) 16 หน่วย² 2) 18 หน่วย²
3) 20 หน่วย² 4) 22 หน่วย²

15. ถ้ากำหนดให้ $A(0,1)$, $B(3,2)$, $C(2,3)$

เป็นจุดยอดของ $\triangle ABC$ แล้วข้อใดต่อไปนี้ผิด

- 1) เส้นรอบรูป $\triangle ABC$ ยาว $2\sqrt{3}+\sqrt{10}$

- 2) $\hat{A}\hat{B}\hat{C}$ มีขนาด 60 องศา

- 3) $A \hat{C} B$ เป็นมุมฉาก

- 4) พื้นที่ของ $\triangle ABC = 2$ ตารางหน่วย

16. กำหนดให้ ℓ เป็นเส้นสัมผัสของพาราโบลา

$$y^2 - 2y + 1 = 4x - 8 \text{ ที่จุด } (3, -1)$$

ระยะตัดแกน Y ของเส้นตรง ℓ มีค่าตรงกับข้อใด

- 1) 1 2) 2
3) 3 4) 4

17. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็มบวก

ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข $\log_4 2 + \log_4 3 = c$

และ $\log_c(a + b) = 3$ ค่าของ $a + b + c$

เท่ากับข้อใด

- 1) 2 2) 5
3) 10 4) 20

18. จงหาพจน์ที่ 8 และพจน์ที่ 10

ของลำดับเลขคณิต $-1, 3, 7, 11, \dots$

- 1) 25 ແລະ 33 2) 27 ແລະ 35
3) 29 ແລະ 37 4) 31 ແລະ 39

19. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} x+1, & x > 2 \\ x-1, & x \leq 2 \end{cases}$

จงหา $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

- 1) 1 2) 2
3) 3 4) ไม่มีค่า

20. นักศึกษาจำนวน 52% ของ 300 คน ที่สุ่มตัวอย่าง
มาในมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งที่ได้รับการสอบถาม
ได้ข้อมูลดังนี้ “พวกเขาต้องการพักในหอพักของ
มหาวิทยาลัยมากกว่าหอพักข้างนอก”

อยากทราบว่า ประชากรของการสำรวจนี้คือข้อใด

- 1) นักศึกษาที่สุ่มมา 300 คน ในมหาวิทยาลัยแห่งนี้
- 2) นักศึกษาทั้งหมดในมหาวิทยาลัยแห่งนี้
- 3) นักศึกษาจำนวน 52% ของ 300 คน
- 4) ถูกทั้งข้อ 1) และข้อ 2)

21. กำหนดให้

$$r = \left\{ (x, y \in \mathbb{R}) \mid x \geq y \text{ u a } y^2 + 3 = x^2 + 2x \right\}$$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

$$(\mathfrak{n}) \quad D_r = (1, \infty) \quad (\mathfrak{v}) \quad R_r = (-\infty, \infty)$$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อ

- 1) ข้อ (ก) เท่านั้นที่เป็นจริง
- 2) ข้อ (ข) เท่านั้นที่เป็นจริง
- 3) ทั้งข้อ (ก) และข้อ (ข) เป็นจริง
- 4) ทั้งข้อ (ก) และข้อ (ข) เป็นเท็จ

22. กำหนดให้ A,B และ C เป็นเซตใดๆ

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) ถ้า $A \cap B' = \emptyset$ แล้ว $A \cup B' \neq B$

$$\begin{aligned} \text{(१)} \quad & (A \cap C') \cup (B \cap C') \cup (A' \cap B \cap C) \\ &= (A \cup B \cup C) - [(A \cup B) \cap C] \end{aligned}$$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อใดถูกต้อง

- 1) ถูทั้ง ข้อ (ก) และ ข้อ (ข)
- 2) ข้อ (ก) ถู ข้อ (ข) ผิด
- 3) ข้อ (ก) ผิด ข้อ (ข) ถู
- 4) ผิดทั้ง ข้อ (ก) และ ข้อ (ข)

23. เซตคำตอบของ $\frac{|3x-2|}{|x+1|-1} > 5$ คือข้อใด

1) $(-6,-1) \cup (0,\infty)$ 2) $(-6,-2) \cup (-1,\frac{1}{4})$

3) $(-6,-1) \cup (-1,\frac{1}{4})$ 4) $(-6,-2) \cup (0,\frac{1}{4})$

24. เซตคำตอบของสมการ

$$\frac{x-1}{x} + \frac{x-3}{x} + \frac{x-5}{x} + \dots + \frac{1}{x} = 4$$

เป็นสับเซตของช่วงในข้อใด

1) $(-\infty, 1]$ 2) $[3, 9)$

3) $(16, \infty)$ 4) $[10, 17)$

25. กำหนดให้ $\frac{1}{a} + \frac{1}{3} + \frac{a}{3^2} + \frac{a^2}{a^3} + \dots$

เป็นอนุกรมเรขาคณิตซึ่งมีผลบวกเท่ากับ $\frac{4}{3}$

แล้ว a มีค่าเท่าใด

1) 1 2) 1.5

3) 2 4) 2.5

26. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

และ D เป็นจุดบนด้าน BC ซึ่งทำให้

$$|\overline{BD}| : |\overline{BC}| = 1:3$$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $3\overline{AD} = 2\overline{AB} + \overline{BC}$

(ข) $\overline{AD} \cdot \overline{BC} = -\frac{1}{6}|\overline{BC}|^2$

1) ข้อ (ก) เท่านั้นที่ถูกต้อง

2) ข้อ (ข) เท่านั้นที่ถูกต้อง

3) ถูกทั้งข้อ (ก) และข้อ (ข)

4) ผิดทั้งข้อ (ก) และข้อ (ข)

27. กำหนดให้ $\overline{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix}$, $\overline{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

ถ้า $\overline{u} \cdot \overline{w} = -11$ และ $\overline{v} \cdot \overline{w} = 8$

แล้ว $|\overline{w} - \overline{v}|$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1) $\sqrt{2}$

2) $\sqrt{5}$

3) $\sqrt{7}$

4) $\sqrt{9}$

28. ถ้า a,b เป็นคำตอบของสมการ

$$6^x - 3^{x+1} - 2^{x+2} + 12 = 0$$

แล้วคำตอบของสมการ $(ab)^{2x+1} = (ab+3)^x$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{\log 3}{\log 2 - \log 3}$

2) $\frac{\log 3}{\log 8 - \log 5}$

3) $\frac{1}{\log_2 5 - \log 3}$

4) $\frac{1}{\log_2 5 - 2}$

29. กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์ขนาด 2×2

ที่มีสมาชิกเป็นจำนวนจริง

และ I คือเมทริกซ์เอกลักษณ์ ขนาด 2×2

โดยที่ $A^2 = I$

ให้ X เป็นจำนวนจริง และ Z เป็นจำนวนเชิงซ้อน

โดยที่ $Z(x) = \sin x + i \cos x$

ค่าของ $Z(x) \times Z(-x)$ มีค่าเท่าใด

1) -1

2) 0

3) 1

4) 2

44. กำหนดให้ $f(x) = \pi \left(\frac{x+7}{24} \right)$

เมื่อ $-3 < x \leq 3$ และ $f(x+6) = f(x)$

ทุกๆ $x \in \mathbb{R}$ ถ้า $g(x) = A + \arcsin x$

โดยที่ $A \in [0, \pi]$ และ $\cos A = \frac{2}{\sqrt{5}}$

แล้วค่าของ $(g^{-1} \cdot f)(5)$ เท่ากับข้อใด

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| 1) $\frac{-1}{\sqrt{5}}$ | 2) $\frac{-1}{\sqrt{10}}$ |
| 3) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ | 4) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ |

45. ปฐมเริ่มฝากเงินกับธนาคารเป็นรายเดือน เดือนละ 1,000 บาท ในแต่ละปีถัดไปเขาฝากเงินเพิ่มขึ้นอีก 20% ของจำนวนเงินที่เขาฝากตลอดปีที่ผ่านมา จงหาว่าในปีที่ 5 เขาต้องฝากเงินเป็นจำนวนเท่าใด

- | | |
|--------------|--------------|
| 1) 24,883.20 | 2) 25,173.40 |
| 3) 26,654.10 | 4) 28,823.50 |

46. แบ่งกู้เงินจากปาล์มโดยทำสัญญาว่าจะจ่ายเงินในเดือนแรก 200 บาท และในเดือนถัดไปจะจ่ายเพิ่มเป็นสองเท่าของเดือนก่อนหน้า จนครบ 10 เดือน จงหาว่าแบ่งจะจ่ายเงินรวมทั้งสิ้นกี่บาท

- | | |
|------------|------------|
| 1) 51,200 | 2) 102,400 |
| 3) 140,800 | 4) 204,600 |

47. กำหนดให้ $f'(x) = ax$ เมื่อ a เป็นค่าคงตัว ถ้าเส้นตรง $2x + y - 6 = 0$ สัมผัสกับกราฟของ f ที่จุด $(1, 4)$ และ $f(0) = 8$

แล้ว $\int_0^1 f(x) dx$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1) $5\frac{1}{2}$ | 2) $5\frac{3}{4}$ |
| 3) $10\frac{1}{2}$ | 4) $10\frac{3}{4}$ |

48. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันพหุนามกำลังสาม ซึ่งนิยามบนช่วง $[-2, 2]$ โดยที่ $f(0) = 1, f(1) = 0$ และ f มีค่าต่ำสุดที่ $x = 1$, มีค่าสูงสุดที่ $x = -1$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $f(-2) \Rightarrow f(x)$ ทุก $x \in [-2, 2]$

(ข) $f(2) \geq f(x)$ ทุก $x \in [-2, 2]$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1) (ก) ถูก และ (ข) ถูก | 2) (ก) ถูก และ (ข) ผิด |
| 3) (ก) ผิด และ (ข) ถูก | 4) (ก) ผิด และ (ข) ผิด |

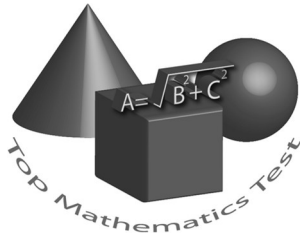
49. กำหนดให้ $f(x) = x^3 + bx^2 + cx$ เมื่อ b, c เป็นจำนวนจริง ถ้า $x = -2$ เป็นค่าวิกฤตของฟังก์ชัน f และ $f'(-1) = 6$ แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม
- 2) f เป็นฟังก์ชันลด
- 3) $x = -2$ ให้ค่าสูงสุดสัมพัทธ์
- 4) $x = -1$ ให้ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

50. พื้นที่ที่ล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = x^3 - 6x^2 + 8x$ กับแกน x เท่ากับข้อใด

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1) 4 ตารางหน่วย | 2) 5 ตารางหน่วย |
| 3) 6 ตารางหน่วย | 4) 8 ตารางหน่วย |

ม.6



โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ประจำปีการศึกษา 2567

เฉลยข้อสอบ : วิชาคณิตศาสตร์

ครั้งที่ 44

สอบเมื่อวันเสาร์ที่ 24 สิงหาคม 2567 เวลา 8.00 – 10.00 น.

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 6

TOP MATHEMATICS TEST

ดูประกาศผลสอบได้ที่ www.toptestcenter.com ในหัวข้อ ประกาศผลสอบ

การจัดอันดับและการมอบรางวัล แบ่งออกเป็น

ระดับประเทศ

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 – 3 ได้รับเหรียญรางวัลพร้อมทุนการศึกษา

ระดับภาค

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 ของแต่ละภาค ได้รับใบเกียรติบัตรพร้อมทุนการศึกษา

ระดับจังหวัด

ผู้ทำคะแนนรวมได้สูงสุดเป็นอันดับ 1 ของแต่ละจังหวัด ได้รับใบเกียรติบัตร

การประกาศผลสอบรายบุคคล จะแสดงคะแนนที่ได้ในแต่ละส่วนและคะแนนรวม
พร้อมทั้งสรุปอันดับที่ได้ของนักเรียนแต่ละคนในระดับจังหวัด, ภาค และประเทศ



บริษัท ท็อป เทสต์ เซ็นเตอร์ จำกัด

www.toptestcenter.com

175 หมู่ 8 ถ.รามคำแหง 2 แขวงดอกไม้ เขตประเวศ กทม. 10250 โทรศัพท์ 0-2739-9130 โทรสาร 0-2720-9744

โครงการทดสอบแข่งขันวัดความสามารถทางวิชาการ

ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ สังคมศึกษา

คณิตศาสตร์ 1 วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ 2

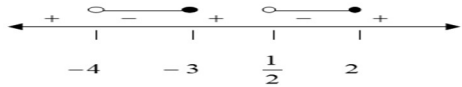
1. ตอบข้อ 1) 6

$$\text{จาก } \frac{(x-2)(x+3)}{(x+4)(2x-1)} \leq 0$$

$$\text{นำ } (x+4)^2(2x-1)^2$$

คูณทั้งสองข้างจะได้

$$(x+4)(2x-1)(x-2)(x+3) \leq 0$$



$$\text{ดังนั้น } A = (-4, -3] \cup \left(\frac{1}{2}, 2\right]$$

a เป็นสมาชิกที่มีค่ามากที่สุดของ A ดังนั้น $a = 2$

$$\text{จาก } B = \{x | x \in A \text{ และ } x < 0\}$$

$$\text{จะได้ } B = (-4, -3]$$

b เป็นสมาชิกที่มีค่ามากที่สุดของ B จะได้ $b = -3$

$$\text{ดังนั้น } |ab| = |2(-3)| = 6$$

2. ตอบข้อ 4) 4

$$\text{แนวคิด กำหนด } f(x) = x^4 + 6x^2 + 25$$

$$g(x) = 3x^4 + 4x^2 + 28x + 5$$

$$\text{และ } p(x) = x^2 + bx + c$$

$$\text{พิจารณา } 3f(x) - g(x)$$

$$= 3(x^4 + 6x^2 + 25) - (3x^4 + 4x^2 + 28x + 5)$$

$$= 14x^2 - 28x + 70 = 14(x^2 - 2x + 5)$$

$$\text{จากการพิจารณา } 3f(x) - g(x)$$

$$\text{แสดงว่า } p(x) = x^2 - 2x + 5$$

$$\text{ดังนั้น } p(1) = 1^2 - 2(1) + 5 = 4$$

$$3. \text{ ตอบข้อ 3) } \frac{2^7+2}{2^1+1} \cdot \frac{2^6+2}{2^2+1} \cdot \frac{2^5+2}{2^3+1} \cdot \frac{2^4+2}{2^4+1} \cdot \frac{2^3+2}{2^5+1} \cdot \frac{2^2+2}{2^6+1} \cdot \frac{2+2}{2^7+1}$$

$$\text{ให้ } N = \text{antilog}(\log 256 - \log 129)$$

$$\text{จะได้ } \log N = \log 256 - \log 129$$

$$= \log \frac{2^8}{129} \quad \therefore N = \frac{2^8}{129}$$

$$= \frac{2^{(2+1)}}{2^1+1} \cdot \frac{2^{(2+1)}}{2^2+1} \cdot \frac{2^{(2+1)}}{2^3+1} \cdot \frac{2^{(2+1)}}{2^4+1} \cdot \frac{2^{(2+1)}}{2^5+1} \cdot \frac{2^{(2+1)}}{2^6+1} \cdot \frac{2^2}{2^7+1} = \frac{2^8}{129}$$

4. ตอบข้อ 1) ข้อ (ก) เท่านั้นที่เป็นจริง

$$1 = \tan 45^\circ = \tan 61^\circ - \tan 16^\circ$$

$$= \frac{\tan 61^\circ - \tan 16^\circ}{1 + \tan 61^\circ \tan 16^\circ}$$

$$= \tan 61^\circ - \tan 16^\circ - \tan 61^\circ \tan 16^\circ$$

ดังนั้น ข้อ (ก) เป็นจริง

$$\text{สมมติให้ } x = \arctan\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\text{จะได้ว่า } \tan x = \frac{1}{3}$$

$$\text{และ } \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{3}{4}$$

$$\text{ทำให้ได้ว่า } 2x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{นั่นคือ } 2 \arctan\left(\frac{1}{3}\right) = \arctan\left(\frac{3}{4}\right)$$

ดังนั้นข้อ (ข) เป็นเท็จ

5. ตอบข้อ 4) $8+6\sqrt{2}$

$$\text{จะได้ว่า } \cos \theta = \frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$\text{เพราะ } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\text{และ เพราะ } \cos \theta + \cos^2 \theta + \cos^3 \theta + \dots$$

เป็นอนุกรมเรขาคณิต

$$\text{และ } |\cos \theta| = \frac{\sqrt{8}}{3} < 1$$

เพราะฉะนั้นผลบวกของอนุกรมนี้ คือ

$$\frac{\cos \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{\frac{\sqrt{8}}{3}}{1 - \frac{\sqrt{8}}{3}}$$

$$= 8 + 3\sqrt{8} = 8 + 6\sqrt{2}$$

6. ตอบข้อ 3) 3, -5, 7

$$\text{จาก } a_n = (-1)^{n+1}(2n+1)$$

$$\text{ถ้า } n=1 \text{ จะได้ } a_1 = (-1)^{1+1}(2 \cdot 1 + 1) = 3$$

$$\text{ถ้า } n=2 \text{ จะได้ } a_2 = (-1)^{2+1}(2 \cdot 2 + 1) = -5$$

$$\text{ถ้า } n=3 \text{ จะได้ } a_3 = (-1)^{3+1}(2 \cdot 3 + 1) = 7$$

ดังนั้น 3 พจน์แรกของลำดับคือ 3, -5, 7

7. ตอบข้อ 2) 0.3

$$p(A) = 0.5, p(B) = 0.6$$

$$P(A' \cap B') = 0.2$$

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)')$$

$$\text{จะได้ } P((A \cup B)') = 0.2$$

$$\text{ดังนั้น } P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$= 0.5 + 0.6 - 0.8 = 0.3$$

8. ตอบข้อ 3) 4 จำนวน

$$\tan^4 x - \cos^2 x = \sin^2 x - \sec^3 x$$

$$(\sec x + 2)(\sec x - 1) = 0 \quad \sec x = -2, 1$$

$$\text{กรณีที่ } \sec x = -2 \text{ ดังนั้น } \cos x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{กรณีที่ } \sec x = 1 \text{ ดังนั้น } \cos x = 1$$

$$\text{ดังนั้น } A = \left\{ 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, 2\pi \right\}$$

9. ตอบข้อ 2) ข้อ (ข) เท่านั้นที่เป็นจริง

$$\text{ให้ } X = \{a, b, c, d\}, Y = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$f = \{(a, 1), (b, 2), (c, 1), (d, 3)\}$$

$$A = \{a, b\}, f(A) = \{1, 2\} \rightarrow f^{-1}(f(A)) = \{a, b, c\}$$

$$\text{ดังนั้น } f^{-1}(f(A)) \text{ ไม่เป็นสับเซตของ } A$$

$$x \in A \rightarrow f(x) \in f(A) \rightarrow A \subset f^{-1}(f(A))$$

10. ตอบข้อ 1) $\left(-\frac{4}{3}, \frac{5}{2}\right)$

พิจารณาตามข้อที่กำหนด

$$\begin{aligned} (2x+1)(x-2) &< 3 & 16-9x^2 &> 0 \\ 2x^2-3x-5 &< 0 & (3x)^2-4^2 &< 0 \\ (2x-5)(x+1) &< 0 & (3x-4)(3x+4) &< 0 \end{aligned}$$

$$\therefore A = \left(-1, \frac{5}{2}\right) \quad \therefore B = \left(-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

$$\text{จะได้ } A \cup B = \left(-\frac{4}{3}, \frac{5}{2}\right)$$

11. ตอบข้อ 3) $f(x) = 10x - 7$

$$\text{จากโจทย์ จะได้เงื่อนไขเริ่มต้น คือ } f(0) = -7$$

ดังนั้นจะได้ความสัมพันธ์เวียนบังเกิด คือ

$$f(x+1) = f(x) + 10$$

หา Explicit Formula ได้จาก

$$f(0) = c \rightarrow f(x+1) = f(x) + b$$

$$\text{Explicit} \rightarrow f(x) = c + bx$$

$$\rightarrow f(x) = -7 + 10x = 10x - 7$$

12. ตอบข้อ 1) 4 พังก์ชัน

$$\frac{x^2}{2} = -(2x+1) \rightarrow x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$\rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(2)}}{2(1)} = -2 \pm \sqrt{2}$$

$$\text{ดังนั้น } B = \{-2 + \sqrt{2}, -2 - \sqrt{2}\}$$

$$\text{และ } |x-4| = 5 \rightarrow x = -1 \text{ หรือ } x = 9$$

$$(x-4)^2 = 5^2 \rightarrow x^2 - 8x + 16 - 25 = 0$$

$$x^2 - 8x - 9 = 0 \rightarrow (x+1)(x-9)$$

$$\text{ดังนั้น } A = \{-1, 9\}$$

$$f(A) \rightarrow f(B) = 2 \text{ วิธี} \times 2 \text{ วิธี} = 4 \text{ พังก์ชัน}$$

13. ตอบข้อ 4) 148

$$\text{จาก } g^{-1}(x) = \frac{x+1}{3} \rightarrow g(x) = 3x-1 \quad \text{และจาก}$$

$$2[f(x)]^2 + 2f(x) - 4 = (g \circ f)(x)$$

$$\rightarrow 2[f(x)]^2 + 2f(x) - 4 = 3f(x) - 1$$

$$[2f(x)-3][f(x)+1] = 0 \rightarrow f(x) = \frac{3}{2}, -1$$

$$\text{จากโจทย์ } f(x) < 0 \text{ ทุกค่า } x \text{ ดังนั้น } f(x) = -1$$

$$\text{จะได้ว่า } f(10) + g(50) = (-1) + (3 \times 50 - 1)$$

$$= (-1) + (150 - 1) = 148$$

14. ตอบข้อ 3) 20 หน่วย²

จากสมการของเส้นตรงทั้ง 3 คือ

$$A(-2, 1), B(5, 4), C(2, -3)$$

$$\text{ระยะจากจุด } (-2, 1) \text{ ถึงเส้นตรง } 7x - 3y = 23$$

$$\text{ยาว } \frac{|7(-2) - 3(1) - 23|}{\sqrt{7^2 + (-3)^2}} = \frac{40}{\sqrt{58}}$$

$$\text{และ } BC = \sqrt{(5-2)^2 + (4+3)^2} = \sqrt{58}$$

ดังนั้น พื้นที่สามเหลี่ยม

$$A B C = \frac{1 \times 40 \times \sqrt{58}}{2 \times \sqrt{58}} = 20 \text{ หน่วย}^2$$

15. ตอบข้อ 2) $\hat{ABC}$ มีขนาด 60 องศา

$$\overrightarrow{BA} = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

จาก

จะได้

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} &= |\overrightarrow{BA}| |\overrightarrow{BC}| \cos \hat{ABC} \\ \rightarrow \therefore 3-1 &= \sqrt{9+1} \sqrt{1+1} \cos \hat{ABC} \\ \cos \hat{ABC} &= \frac{2}{\sqrt{20}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \rightarrow \therefore \hat{ABC} &\neq 60^\circ \end{aligned}$$

16. ตอบข้อ 2) 2

$$\text{กราฟของพาราโบลา } y^2 - 2y + 1 = 4x - 8$$

$$\text{จะได้ว่า } (y-1)^2 = 4(x-2) \text{ จะเห็นได้ว่า}$$

$$\text{ประกอบด้วยกราฟของฟังก์ชัน } y = 1 + 2\sqrt{x-2}$$

$$\text{และ } y = 1 - 2\sqrt{x-2} \text{ เนื่องจาก } \ell \text{ เป็นเส้นสัมผัส}$$

$$\text{พาราโบลาที่จุด } (3, -1) \text{ จะได้ว่า}$$

$$y = 1 - 2\sqrt{x-2} \rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{x-2}} \rightarrow \therefore m_1 = \frac{1}{\sqrt{3-2}} = 1$$

$$\text{เนื่องจาก } \ell \text{ ผ่านจุด } (3, -1) \text{ จะได้ว่า สมการของ}$$

$$\text{เส้นตรง คือ } y = -x + 2 \text{ ดังนั้นระยะตัดแกน Y}$$

$$\text{ของเส้นตรง } \ell \text{ คือ 2}$$

17. ตอบข้อ 3) 10

$$\text{จากเงื่อนไขที่ว่า } \log_{24} 2^a + \log_{24} 3^b = c$$

$$\text{จะได้ว่า}$$

$$\log_{24} (2^a \cdot 3^b) = c$$

$$\rightarrow 2^a \cdot 3^b = 24^c = 2^{3c} \cdot 3^c$$

$$\text{จะได้ } a = 3c \text{ และ } b = c \text{ จากเงื่อนไขที่ว่า}$$

$$\log_c (a+b) = \log_c (4c) = 3$$

$$\rightarrow 4c = c^3 \rightarrow c(c^2 - 4) = 0$$

$$\text{แต่ } c > 0 \text{ ทำให้สรุปได้ว่า } c = 2$$

$$\text{ดังนั้น } a+b+c = 5c = 10$$

18. ตอบข้อ 2) 27 และ 35

$$\text{จากลำดับเลขคณิต } -1, 3, 7, 11, \dots$$

$$\text{จะได้ } d = 3 - (-1) = 4 \text{ และ } a_1 = -1$$

$$\text{และจาก } a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\text{จะได้ พจน์ที่ 8; } a_8 = a_1 + (8-1)d$$

$$= -1 + 7(4)$$

$$= 27$$

$$\text{และ พจน์ที่ 10; } a_{10} = a_1 + (10-1)d$$

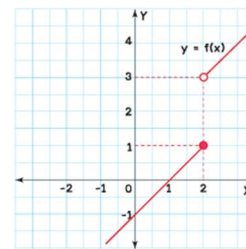
$$= -1 + 9(4)$$

$$= 35$$

$$\text{ดังนั้น พจน์ที่ 8 และพจน์ที่ 10 ของลำดับนี้คือ 27 และ 35 ตามลำดับ}$$

19. ตอบข้อ 1) 1

$$\text{เขียนกราฟของ } y = f(x) \text{ ได้ดังนี้}$$



$$\text{จากกราฟของ } y = f(x) \text{ จะเห็นว่า}$$

$$\text{เมื่อ } x \text{ เข้าใกล้ 2 ทางด้านซ้าย } (x < 2)$$

$$\text{จะได้ว่า ค่าของ } f(x) \text{ เข้าใกล้ 1}$$

$$\text{ดังนั้น } \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$$

20. ตอบข้อ 2) นักศึกษาทั้งหมดในมหาวิทยาลัยแห่งนี้

$$\text{ประชากร คือ นักศึกษาทั้งหมดในมหาวิทยาลัยแห่งนี้}$$

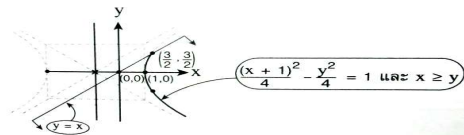
$$\text{ตัวอย่าง คือ นักศึกษาที่สุ่มมา 300 คน ในมหาวิทยาลัยแห่งนี้}$$

21. ตอบข้อ 4) ทั้งข้อ (ก) และข้อ (ข) เป็นเท็จ

$$y^2 + 3 = x^2 + 2x \quad \text{และ} \quad x^3 y$$

$$y^2 = x^2 + 2x - 3$$

$$\frac{(x+1)^2 - y^2}{4} = 1 \quad \text{และ} \quad x^3 y$$



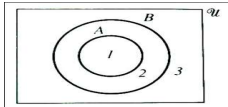
$$\text{จากรูป}$$

$$D_r = [1, \infty), \quad R_r = \left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$$

22. ตอบข้อ 1) ถูกทั้ง ข้อ (ก) และข้อ (ข)

$$\text{ข้อ (ก) ถูก เพราะว่า } A \cap B' = \emptyset$$

$$\text{จะได้ } A - B = \emptyset$$



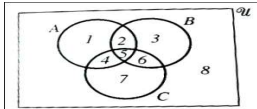
จะได้ แล้ว $A \cup B'$ ต้องแรเงาบริเวณหมายเลข 1 กับ 3

ส่วน B' ต้องแรเงาบริเวณหมายเลข 3 นั่นคือ

$$A \cup B' \neq B'$$

ข้อ (ข) ถูก เขียนแผนภาพเวน-ออยเลอร์ประกอบ

การพิจารณา



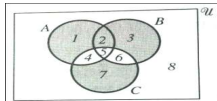
จะได้ $A \cap C' = A - C$ ต้องแรเงาบริเวณหมายเลข 1,2

$B \cap C' = B - C$ ต้องแรเงาบริเวณหมายเลข 2,3

$A' \cap B' \cap C$ ต้องแรเงาบริเวณหมายเลข 7

ดังนั้น $(A \cap C') \cup (B \cap C') \cup (A' \cap B' \cap C)$

ต้องแรเงาบริเวณ 1,2,3 และ 7



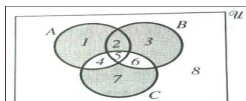
ส่วน $A \cup B \cup C$ ต้องแรเงาบริเวณหมายเลข

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

$(A \cup B) \cap C$ ต้องแรเงาบริเวณหมายเลข 4,5,6,7

ดังนั้น $(A \cap C') \cup (B \cap C') \cup (A' \cap B' \cap C)$

ต้องแรเงาบริเวณหมายเลข 1,2,3,7



นั่นคือ

$$(A \cap C') \cup (B \cap C') \cup (A' \cap B' \cap C) \\ = (A \cup B \cup C) - [(A \cup B) \cap C]$$

23. ตอบข้อ 4) $(-6, -2) \cup (0, \frac{1}{4})$

$$\text{วิธีทำ } |3x - 2| = 0 \text{ เมื่อ } x = \frac{2}{3}$$

$$|x + 1| = 0 \text{ เมื่อ } x = -1$$

พิจารณาสมการนี้โดยการพิจารณาออกเป็น 3 ช่วง

คือ $x < -1$ หรือ $-1 \leq x < \frac{2}{3}$ หรือ $x \geq \frac{2}{3}$

$$|3x - 2| = \begin{cases} 3x - 2, & x \geq \frac{2}{3} \\ -(3x - 2), & x < \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$|x + 1| = \begin{cases} x + 1, & x \geq -1 \\ -(x + 1), & x < -1 \end{cases}$$

$x < -1$	$-1 \leq x < \frac{2}{3}$	$x \geq \frac{2}{3}$
$\frac{-(3x-2)}{-(x+1)-1} > 5$	$\frac{-(3x-2)}{(x+1)-1} > 5$	$\frac{(3x-2)}{(x+1)-1} > 5$
$\frac{3x-2}{x+2} - 5 > 0$	$\frac{-(3x-2)}{x} - 5 > 0$	$\frac{3x-2}{x} - 5 > 0$
$\frac{3x-2-5x-10}{x+2} > 0$	$\frac{-3x-2-5x}{x} > 0$	$\frac{3x-2-5x}{x} > 0$
$\frac{-2x-12}{x+2} > 0$	$\frac{-8x+2}{x} > 0$	$\frac{-2x-2}{x} > 0$
$\frac{x+6}{x+2} < 0$	นำ x^2 คูณตลอด	$\frac{x+1}{x} < 0$
นำ $(x+2)^2$ คูณตลอด	$x(-8x+2) > 0$	นำ x^2 คูณตลอด
$(x+2)(x+6) < 0$	$x(4x-1) < 0$	$x(x+1) < 0$
$x \in (-6, -2)$	$x \in (0, \frac{1}{4})$	$x \in (-1, 0)$
คำตอบของสมการในช่วงนี้ คือ	คำตอบของสมการในช่วงนี้ คือ	คำตอบของสมการในช่วงนี้ คือ
$(-\infty, 1) \cap (-6, 2)$	$[-1, \frac{2}{3}) \cap (0, \frac{1}{4})$	$[\frac{2}{3}, \infty) \cap (-1, 0)$
ดังนั้น $x \in (-6, -2)$	ดังนั้น $x \in (0, \frac{1}{4})$	ไม่มีค่า x ที่ทำให้สมการเป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการ คือ $(-6, -2) \cup (0, \frac{1}{4})$

24. ตอบข้อ 4) $[10, 17)$

จากสมการ

$$\frac{x-1}{x} + \frac{x-3}{x} + \frac{x-5}{x} + \dots + \frac{1}{x} = 4$$

$$(x-1) + (x-3) + (x-5) + \dots + 1 = 4x, x \neq 0 \dots \dots \dots (1)$$

พิจารณานุกรม $(x-1) + (x-3) + (x-5) + \dots + 1$

เป็นอนุกรมเลขคณิตที่มี $a_1 = x-1$, $d = -2$, $a_n = 1$

หาจำนวนพจน์ของอนุกรมดังกล่าว จากสูตร

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 1 = (x-1) + (n-1)(-2)$$

$$\rightarrow n = \frac{1-(x-1)}{-2} + 1 = \frac{x}{2}$$

หาผลบวกของอนุกรมดังกล่าวจากสูตร

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$\rightarrow S_{\frac{x}{2}} = \frac{(\frac{x}{2})}{2}((x-1)+1) = \frac{x^2}{4}$$

นั่นคือ

$$(x-1) + (x-3) + (x-5) + \dots + 1 = \frac{x^2}{4} \dots \dots \dots (2)$$

นำค่าจาก (2) ไปแทนใน (1) จะได้

$$x^2 - 16x = 0$$

$$\rightarrow x(x-16) = 0 \rightarrow x = 0, 16$$

แต่ $x \neq 0$ จึงได้ว่า $x = 16$

ดังนั้น เซตคำตอบของสมการข้างต้นคือ $\{16\}$

ซึ่งเป็นสับเซตของ $[10,17)$

25. ตอบข้อ 2) 1.5

$$\text{จากอนุกรม } \frac{1}{a} + \frac{1}{3} + \frac{a}{3^2} + \frac{a^2}{3^3} + \dots$$

เป็นอนุกรมเรขาคณิต

$$\text{ที่มีพจน์แรก } a_1 = \frac{1}{a} \text{ และมีอัตราส่วนร่วม } r = \frac{a}{3}$$

จากสูตรผลบวกอนันต์ของอนุกรมเรขาคณิต

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1-r}, |r| < 1 \text{ นั่นคือ}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{3} + \frac{a}{3^2} + \frac{a^2}{3^3} + \dots = \frac{\left(\frac{1}{a}\right)}{1 - \frac{a}{3}}$$

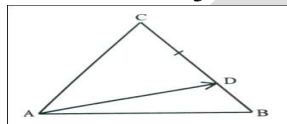
$$\text{แสดงว่า } \frac{4}{3} = \frac{\left(\frac{1}{a}\right)}{1 - \frac{a}{3}} \text{ จะได้ว่า}$$

$$4a^2 - 12a + 9 = 0$$

$$\rightarrow (2a-3)^2 = 0 \rightarrow a = \frac{3}{2} = 1.5$$

26. ตอบข้อ 2) ข้อ (ข) เท่านั้นที่ถูก

$$\text{จาก } \overline{BD} = \frac{1}{3} \overline{BC}$$



ข้อ (ก) ผิดเพราะ

$$= 3(\overline{AB} + \frac{1}{3} \overline{BC}) \rightarrow = 3\overline{AB} + \overline{BC}$$

ข้อ (ข) ถูกเพราะ

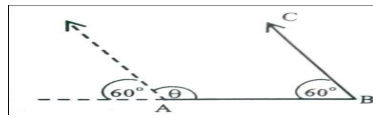
$$= \overline{AB} \cdot \overline{BC} + \frac{1}{3} \overline{BC} \cdot \overline{BC}$$

$$\rightarrow = |\overline{AB}| |\overline{BC}| \cos \theta + \frac{1}{3} |\overline{BC}|^2$$

$$\text{เนื่องจาก } |\overline{AB}| = |\overline{BC}|$$

$$\overline{AD} \cdot \overline{BC} = |\overline{AB}|^2 \cos \theta + \frac{1}{3} |\overline{BC}|^2 \dots \dots \dots (1)$$

θ เป็นมุมที่เกิดจาก $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ โดยมีจุดเริ่มต้นที่จุดเดียวกัน



$$\theta = 120^\circ \text{ แทน } \theta = 120^\circ \text{ ใน (1)}$$

$$\overline{AD} \cdot \overline{BC} = |\overline{AB}|^2 \cos \theta + \frac{1}{3} |\overline{BC}|^2$$

$$= -\frac{1}{2} |\overline{BC}|^2 + \frac{1}{3} |\overline{BC}|^2 = -\frac{1}{6} |\overline{BC}|^2$$

27. ตอบข้อ 1) $\sqrt{2}$

$$\text{จากโจทย์กำหนดให้ } \overline{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix}, \overline{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\overline{w} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

สมมติให้

จากโจทย์กำหนดว่า

$$\overline{u} \cdot \overline{w} = -11$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = -11$$

$$2a - 5b = -11 \dots \dots \dots (1)$$

และ

$$\overline{v} \cdot \overline{w} = 8$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = 8$$

$$a + 2b = 8 \dots \dots \dots (2)$$

จาก (1) และ (2) จะได้ $a = 2$ และ $b = 3$

$$\overline{w} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

นั่นคือ

$$\overline{w} - \overline{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น

$$\rightarrow |\overline{w} - \overline{v}| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

28. ตอบข้อ 4) $\frac{1}{\log_2 5 - 2}$

$$6^x - 3^{x+1} - 2^{x+2} + 12 = 0$$

$$\rightarrow (3 \cdot 2)^x - 3^x \cdot 3^1 - 2^x \cdot 2^2 + 12 = 0$$

$$(3^x)(2^x) - 3(3^x) - 4(2^x) + 12 = 0$$

$$\rightarrow (2^x - 3)(3^x - 4) = 0$$

ดังนั้น $2^x - 3 = 0$; $2^x = 3$; $x = \log_2 3$

และ $3^x - 4 = 0$; $3^x = 4$; $x = \log_3 4$

ถ้า **a, b** เป็นคำตอบของสมการข้างต้น จะได้

$$ab = (\log_2 3)(\log_3 4)$$

$$= \frac{\log 3}{\log 2} \cdot \frac{\log 2^2}{\log 3} = \frac{2 \log 2}{\log 2} = 2 \dots \dots \dots (1)$$

จากสมการ $(ab)^{2x+1} = (ab+3)^x$;

แทนค่า **ab** = 2 จาก (1)

นั่นคือ $2^{2x+1} = (2+3)^x$

Take log ฐาน 2 ทั้งสองข้าง จะได้

$$\log_2 (2^{2x+1}) = \log_2 5^x$$

$$\rightarrow 2x+1 = x \log_2 5$$

$$1 = x \log_2 5 - 2x$$

$$\rightarrow 1 = x(\log_2 5 - 2) \rightarrow x = \frac{1}{\log_2 5 - 2}$$

29. ตอบข้อ 1) -1

$$Z(x) = \sin x + i \cos x \rightarrow Z(-x) = \sin(-x) + i \cos(-x) \rightarrow -\sin x + i \cos x$$

$$Z(x) \cdot Z(-x) = (\sin x + i \cos x)(-\sin x + i \cos x) \rightarrow -\sin^2 x + (-1) \cos^2 x$$

$$\rightarrow -(\sin^2 x + \cos^2 x) = -1$$

30. ตอบข้อ 4) $\frac{30!}{(2!)^6 (3!)^6} \binom{12}{6}$

แบ่งการนับเป็น 2 ขั้นตอน 1. เลือกเดือน 6 เดือนจาก 12

เดือน มีจำนวนวิธีเท่ากับ $\binom{12}{6}$ 2. แบ่งคน 30 คน

ออกเป็น 12 กลุ่ม โดยเป็นกลุ่มละ 2 คน 6 กลุ่ม และกลุ่มละ 3 คน 6 กลุ่ม

มีจำนวนวิธีเท่ากับ $\frac{30!}{(2!)^6 (3!)^6}$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่ต้องการหาเท่ากับ

$$\frac{30!}{(2!)^6 (3!)^6} \binom{12}{6}$$

31. ตอบข้อ 1) -4

$$\frac{(\sin 2A)(\sin 4A)}{\sin^2 A \cos^2 A} = \frac{4(\sin 2A)(\sin 4A)}{(2 \sin A \cos A)^2} = \frac{4 \sin 4A}{\sin 2A}$$

$$= \frac{4(2 \sin 2A \cos 2A)}{\sin 2A} = 8 \cos 2A = 8 \left[\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} \right] = -4$$

32. ตอบข้อ 4) 3780 วิธี

แบ่งได้ 3 ขั้นตอน คือ 1.เลือกห้องคู่เพื่อให้พนักงานที่
จำเป็นต้องเข้าพักห้องเดียวกัน 2.จัดคนที่เหลือเข้าพักห้อง
คู่ที่เหลือ 2 ห้อง 3.จัดคนที่เหลือเข้าพักห้องเดียว 3 ห้อง
จะได้ว่า

$$\binom{3}{1} \times \binom{7}{2} \times \binom{5}{2} \times 3! = 3780 \text{ วิธี}$$

33. ตอบข้อ 2) $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

$$6\sqrt{2} = |4iz^{-1} + 9\bar{z}| = \left| \frac{4i + 9z\bar{z}}{z} \right|$$

$$6\sqrt{2}|z| = |4i + 9|z|^2| = \sqrt{16 + 81|z|^4}$$

$$72|z|^2 = 16 + 81|z|^4 \therefore |z| = \frac{2}{3}$$

34. ตอบข้อ 2) 1

$$6^x + 6 = 2^{x+1} + 3^{x+1} \rightarrow (6^x - 2^{x+1}) - (3^{x+1} - 6) = 0 \rightarrow (2^x - 3)(3^x - 2) = 0$$

$$\therefore 2^x = 3 \text{ หรือ } 3^x = 2 \rightarrow x = \log_2 3 \text{ หรือ } x = \log_3 2$$

ดังนั้น $(\log_2 3)(\log_3 2) = 1$

35. ตอบข้อ 4) $0.5 < x < 2$

$$2^{1+x+x^2+\dots} = 16 = 2^4 \text{ ดังนั้นจึงได้ว่า}$$

$$1 + x + x^2 + \dots = 4 \rightarrow \frac{1}{1-x} = 4 \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

ดังนั้น $x \in (0.5, 2)$

36. ตอบข้อ 2) 6

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{n^2}{2^n} \right] = \frac{1}{2} + \frac{4}{4} + \frac{9}{8} + \frac{16}{16} + \dots = A \dots \dots \dots (1)$$

$$(1) \times 2; 2A = 1 + \frac{4}{2} + \frac{9}{4} + \frac{16}{8} + \dots \dots \dots (2)$$

$$(2) - (1); A = 1 + \frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{7}{8} + \dots \dots \dots (3)$$

$$(3) \times 2; 2A = 2 + 3 + \frac{5}{2} + \frac{7}{4} + \dots \dots \dots (4)$$

$$(4) - (3); A = 4 + \frac{2}{2} + \frac{2}{4} + \frac{2}{8} + \dots$$

$$= 4 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 6$$

37. ตอบข้อ 2) 4

จากสมการในโจทย์ จะได้

$$6 \log(x - 2y) = 3 \log x + 3 \log y$$

$$\Rightarrow \log(x - 2y)^2 = \log(xy)$$

$$\Rightarrow x^2 - 4xy + 4y^2 = xy \Rightarrow x^2 - 5xy + 4y^2 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 4y)(x - y) = 0 \text{ นั่นคือ } \frac{x}{y} = 4 \text{ หรือ } 1$$

แต่มีเงื่อนไขของสิ่งที่อยู่ภายใน log ในโจทย์ด้วย ได้แก่

$$x^3, y^3 > 0 \Rightarrow x, y > 0 \text{ และ}$$

$$x - 2y > 0 \Rightarrow x > 2y \Rightarrow \frac{x}{y} > 2$$

(ย้ายข้างหารได้ เพราะแน่ใจว่า $y > 0$ เท่านั้น) จึงสรุปว่า

$$\frac{x}{y} = 4 \text{ ใช้ได้ แต่ } \frac{x}{y} = 1 \text{ ใช้ไม่ได้ ดังนั้น } A = \{4\}$$

และมีผลบวกสมาชิกเท่ากับ 4

38. ตอบข้อ 3) 3^7

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1} \text{ และ } a_4 = 3$$

จะได้

$$a_4 = a_1 r^3$$

$$3 = a_1 r^3 \quad \dots\dots(1)$$

และ

$$a_7 = 81$$

จะได้

$$a_7 = a_1 r^6$$

$$81 = a_1 r^6 \quad \dots\dots(2)$$

สมการ (2) $\div$ (1) จะได้

$$\frac{81}{3} = \frac{a_1 r^6}{a_1 r^3}$$

$$r^3 = 27$$

$$r = 3$$

แทน $r = 3$ ใน (1) จะได้

$$3 = a_1 (3)^3$$

$$a_1 = \frac{1}{9}$$

จะได้

$$a_{10} = a_1 r^9$$

$$= \left(\frac{1}{9}\right)(3)^9$$

$$= 3^7$$

ดังนั้น พจน์ที่ 10 ของลำดับนี้ คือ 3^7

39. ตอบข้อ 3) พารามิเตอร์ 26,000 บาทต่อเดือน

จำนวนประชากร คือ 3000 คน

จำนวนตัวต่อหัว คือ 250 คน

ตัวแปร คือ เงินบำนาญ

ข้อมูล คือ เงินบำนาญของผู้เกษียณแต่ละคนที่เก็บรวบรวมได้

พารามิเตอร์ คือ 28000 บาทต่อเดือน

สถิติ คือ 26000 บาทต่อเดือน

40. ตอบข้อ 3) ข้อมูลที่นักเรียนบันทึกจากการที่ทดลองเคมี
เป็นข้อมูลทุติยภูมิ

ที่ถูกต้อง ข้อมูลที่นักเรียนบันทึกจากการที่ทดลองเคมี

เป็นข้อมูลปฐมภูมิ

41. ตอบข้อ 3) 56

สมมติว่า $n(A \cap B) = m$ จาก

$$n(A \times B) = 40 \text{ จะได้}$$

$$ab = 40 \dots\dots (1) \text{ และจาก}$$

$$n[(A - B) \cup (B - A)] = 7 \text{ จะได้}$$

$$(a - m) + (b - m) = 7 \Rightarrow a + b = 2m + 7 \dots\dots(2)$$

โดยที่ a, b, m ต้องเป็นจำนวนนับ และ $m \leq a, b$

แต่จากสมการที่สองจะทราบว่า $a + b$ ต้องเป็นจำนวนคี่เท่านั้น แสดงว่า a, b เป็น 5, 8 และ

$$m = \frac{13 - 7}{2} = 3 \text{ ทำให้}$$

$$n(A \cup B) = 5 + 8 - 3 = 10 \text{ ดังนั้น จำนวนสับ}$$

เซตของ $A \cup B$ ซึ่งมีสมาชิกไม่เกิน 2 ตัว คือ

$$= \binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \binom{10}{2} = 56$$

42. ตอบข้อ 4) (ก) ไม่สมเหตุสมผล แต่ (ข) สมเหตุสมผล

ข้อ (ก) จากเหตุ (1) เขียนเป็น $q \rightarrow (p \rightarrow \sim r)$ นำไปรวม

กับเหตุ (2) จะได้เป็น $p \rightarrow \sim r$ หรือเขียนเป็น $r \rightarrow \sim p$

จากนั้นนำผลไปรวมกับเหตุ (3) อีก ก็จะได้ผลสรุปคือ

$\sim p$ แต่ผลที่ให้มาในโจทย์คือ p ดังนั้น (ก) ไม่

สมเหตุสมผล

ข้อ (ข) จากเหตุ (2) คือ $\sim r \wedge \sim s$ สามารถแยกข้อ เป็น

เหตุ $\sim r$ และเหตุ $\sim s$ ได้ (เป็นจริงทั้งคู่) นำเหตุ $\sim r$

ไปรวมกับเหตุ (1) จะได้ผลเป็น $\sim (p \wedge q)$ ก็คือ

$\sim p \vee \sim q$ ก็คือ $p \rightarrow \sim q$ ดังนั้นเมื่อรวมกับเหตุ (3)

ก็จะได้ผลสรุป $\sim q$

ดังนั้น ข้อ (ข) สมเหตุสมผล

$$43. \text{ ตอบข้อ 3) } \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

จาก

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3} \frac{\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)}{\left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{2}$$

และ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+1})}{(\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1})}$$

คูณด้วย

$$\left(\frac{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1}}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1}} \cdot \frac{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}} \right)$$

$$\text{จะได้} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1} \frac{(\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1})}{(\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1})}$$

นำ $\sqrt{n}$ ทหารทั้งเศษและส่วน

ได้

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{2}{n}} + \sqrt{1 + \frac{1}{n}}}{\sqrt{3 + \frac{2}{n}} + \sqrt{3 + \frac{1}{n}}} = \frac{1+1}{\sqrt{3} + \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{ดังนั้น} \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

44. ตอบข้อ 3) $\frac{1}{\sqrt{10}}$

$(g^{-1} \cdot f)(5) = g^{-1}(f(5))$ แทน $x = 5$ แทนที่
ไม่ได้ ตามเงื่อนไข $f(x+6) = f(x)$ แทนค่า x ด้วย
-1 จะได้ $f(5) = f(-1)$

$$\therefore g^{-1}(f(5)) = g^{-1}(f(-1)) = g^{-1}\left(\frac{6\pi}{24}\right) = g^{-1}\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow x = \sin\left(\frac{\pi}{4} - A\right) = \sin\frac{\pi}{4}\cos A - \cos\frac{\pi}{4}\sin A$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

45. ตอบข้อ 1) 24,883.20

ให้ a_n เป็นจำนวนเงินที่ฝากธนาคารในปีที่ n

$$\text{จะได้ } a_1 = 1000 \times 12 = 12000 \text{ บาท}$$

$$a_2 = 12000 \times \frac{120}{100} = 12000 \times \frac{6}{5} \text{ บาท}$$

$$a_3 = \left(12000 \times \frac{6}{5}\right) \times \frac{6}{5} = 12000 \times \left(\frac{6}{5}\right)^2$$

$$a_4 = \left(12000 \times \left(\frac{6}{5}\right)^2\right) \times \frac{6}{5} = 12000 \times \left(\frac{6}{5}\right)^3$$

$$a_5 = \left(12000 \times \left(\frac{6}{5}\right)^3\right) \times \frac{6}{5} = 12000 \times \left(\frac{6}{5}\right)^4$$

$$\sim 24883.2$$

ในปีที่ 5 ฝากเงิน เป็นจำนวนประมาณ 24883.2 บาท

46. ตอบข้อ 4) 204,600

เดือนแรก แบ่งจ่ายเงินคืน 200 บาท

เดือนที่สองแบ่งจ่ายเงินคืน $2 \times 200 = 400$ บาท

เดือนที่สามแบ่งจ่ายเงินคืน $2 \times 400 = 800$ บาท

เดือนที่สี่แบ่งจ่ายเงินคืน $2 \times 800 = 1600$ บาท

...

จำนวนเงินที่แบ่งจ่ายคืนเป็นอนุกรมเรขาคณิต ดังนี้

$$200 + 400 + 800 + 1600 + \dots$$

$$\text{จะได้ } a_1 = 200, r = 2, n = 10$$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$\text{จะได้ } S_{10} = \frac{200(1-2^{10})}{1-2} = 204,600$$

ดังนั้น เมื่อครบ 10 เดือน แบ่งจ่ายเงินรวมทั้งสิ้น 204,600 บาท

47. ตอบข้อ 2) $5\frac{3}{4}$

จากข้อความ “เส้นตรง $2x + y - 6 = 0$

$$\text{จาก } f'(x) = ax \Rightarrow f(x) = \frac{ax^2}{2} + b$$

จะได้สมการ

$$f'(1) = \frac{a}{2} + b = -2 \dots\dots(1)$$

และจาก $f(x) = \frac{ax^3}{6} + bx + c$ จะได้สมการ

$$f(1) = \frac{a}{6} + b + c = 4 \dots\dots(2)$$

และโจทย์กำหนด $f(0) = c = 8$

$$\text{จะได้ } a=6, b=-5$$

$$\therefore f(x) = x^3 - 5x + 8$$

ดังนั้น

$$\int_0^1 f(x) dx = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{5}{2}x^2 + 8x \right) \Big|_0^1 = 5\frac{3}{4}$$

48. ตอบข้อ 1) (ก) ถูก และ (ข) ถูก

$f(x)$ เป็นพหุนามกำลังสาม ดังนั้น $f'(x)$ ย่อมเป็น

พหุนามกำลังสอง

โจทย์กำหนดค่าวิกฤต $x = 1$ และ -1

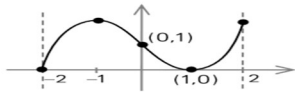
$$\text{ดังนั้น } f'(x) = k(x-1)(x+1) = kx^2 - k$$

$$\text{และทำให้ } f(x) = \frac{kx^3}{3} - kx + C \text{ แทนค่า}$$

$$f(0) = 1, f(1) = 0$$

จะแก้ระบบสมการได้ $C = 1$ และ $k = \frac{3}{2}$

$$\therefore f(x) = \frac{x^3}{2} - \frac{3x}{2} + 1$$



จึงได้ $f(2) = 2$, $f(-1) = 2$, $f(-2) = 0$

(ดูรูปประกอบ)

ดังนั้น ถูกทั้งข้อ (ก) และ (ข)

49. ตอบข้อ 1) f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

$$f(x) = 3x^2 + 2bx + c \Rightarrow f'(-2) = 0$$

$$\text{ดังนั้น } 12 - 4b + c = 0 \dots (1)$$

$$f''(x) = 6x + 2b \Rightarrow f''(-1) = 6$$

$$\text{ดังนั้น } -6 + 2b = 6 \dots (2)$$

$$\text{ได้ } b = 6, c = 12$$

$$\therefore f(x) = x^3 + 6x^2 + 12x$$

ถ้า

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 12x + 12 = 0 \Rightarrow x = -2$$

-2 แสดงว่า มีการเปลี่ยนเว้าที่ $x = -2$

$$f'(x) \begin{array}{c} + \\ \text{เพิ่ม} \end{array} \quad \begin{array}{c} - \\ -2 \end{array} \quad \begin{array}{c} + \\ -2 \end{array} \quad \begin{array}{c} + \\ \text{เพิ่ม} \end{array}$$

ดังนั้น ข้อ 1) f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม (ไม่มีจุดวกกลับ) ถูกต้อง

50. ตอบข้อ 4) 8 ตารางหน่วย

$$\text{จาก } y = x^3 - 6x^2 + 8x$$

$$\text{หาจุดตัดบน แกน } x$$

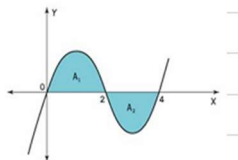
$$x^3 - 6x^2 + 8x = 0$$

$$x(x-2)(x-4) = 0$$

$$x = 0, 2, 4$$

$$\text{จุดตัดบน } x \text{ คือ } (0,0), (2,0) \text{ และ } (4,0)$$

ใช้สูตรหาพื้นที่ดังนี้



พื้นที่ A_1 + พื้นที่ A_2

$$= \int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 8x) dx + \left[- \int_2^4 (x^3 - 6x^2 + 8x) dx \right]$$

$$= \left(\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 4x^2 \right) \Big|_0^2 - \left(\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 4x^2 \right) \Big|_2^4$$

$$= (4 - 16 + 16) - [(64 - 128 + 64) - (4 - 16 + 16)]$$

$$= 4 - (-4)$$

$$= 8 \text{ ตารางหน่วย}$$